

Matematické metody v kartografii

Jednoduchá válcová zobrazení.

Válcové projekce. Gaussovo zobrazení.

(6.+7.)

1. Jednoduchá zobrazení

Společné vlastnosti:

- ❑ Zobrazovací plocha představována pláštěm kužele, válce, či tečnou rovinou.
- ❑ Používány pro znázorňování menších územních celků ve větším měřítku (geodetická kartografie)
- ❑ Při zobrazení celé Země do planisféry, hemisfér rychlý nárůst zkreslení, častěji používána nepravá zobrazení.
- ❑ Jsou ortogonální (poledníky kolmé na rovnoběžky $\Rightarrow \omega' = 90^\circ$).
- ❑ Obraz poledníků: vždy úsečky.
- ❑ Obraz rovnoběžek: koncentrické kružnice, oblouky nebo úsečky.
- ❑ Obraz zeměpisného pólu: bod, část kružnice, úsečka, nezobrazí se (konformní zobrazení).
- ❑ Ekvideformáty totožné s obrazem rovnoběžek, koncentrické kružnice, oblouky nebo úsečky.

Zobrazovací rovnice:

Pravoúhlý i polární tvar...

$$\begin{array}{ll} x = f(u) & \rho = f(u) \\ y = g(v) & \varepsilon = g(v) \end{array}$$

2. Jednoduchá válcová zobrazení

Společné vlastnosti:

- ❑ Ortogonální zobrazení.
- ❑ Použita pro velkoměřítkové mapy, tj. geodetická kartografie, (Gaussovo, Cassini-Soldnerovo zobrazení).
- ❑ Obrazem poledníků: úsečky, konstantní rozestupy.
- ❑ Obrazem rovnoběžek: úsečky, proměnné rozestupy.
- ❑ Obrazy všech rovnoběžek i poledníků stejně dlouhé.
- ❑ Symetrie poledníků/rovnoběžek vzhledem k střednímu poledníku - /rovníku.
- ❑ Ekvideformáty tvoří obrazy rovnoběžek (zeměpisných=norm. poloha/kartografických=obecná poloha).
- ❑ Obraz zeměpisného pólu: úsečka nebo se pól vůbec nezobrazí.
- ❑ Zobrazovací plocha tečná či sečná (vhodnější tvar geografické sítě).
- ❑ Vhodná pro území rozložená kolem dotykové rovnoběžky.

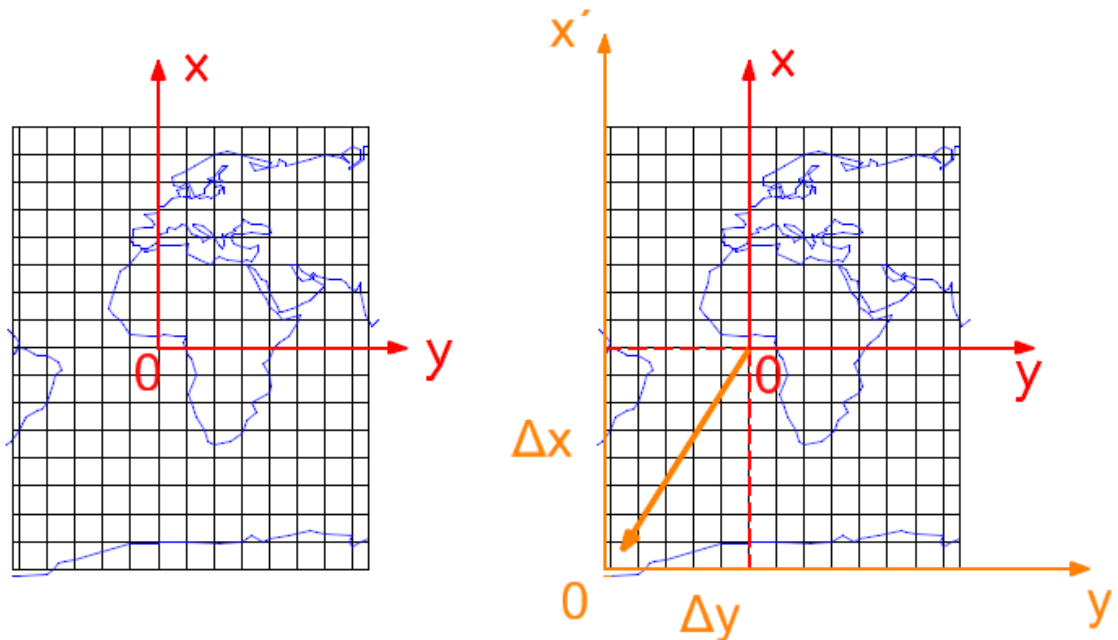
3. Souřadnicový systém

Počátek souřadnicového systému:

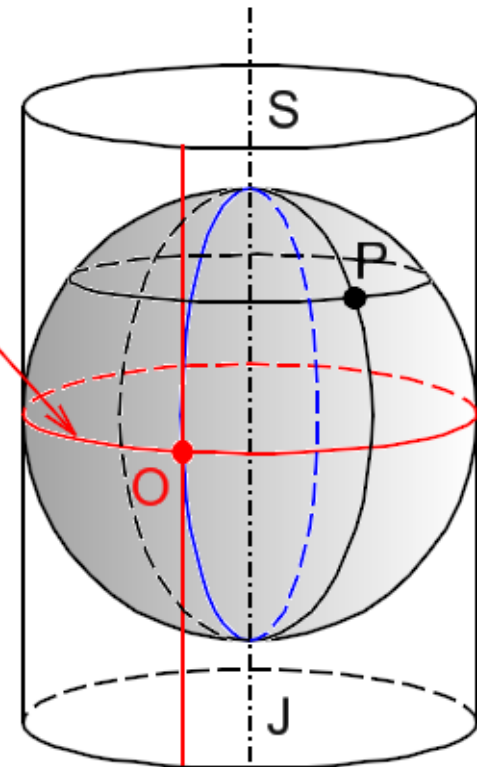
- a) V průsečíku obrazu základního poledníku a rovníku.
- b) Posunutí o adiční konstanty

Orientace souřadnicových os x,y:

- a) Matematický systém ($x \Rightarrow V$, $y \Rightarrow S$).
- b) Matematický systém ($x \Leftrightarrow y$ (Gauss, UTM).



obraz rovníku



obr. zákl. poledníku

Zobrazovací rovnice:

$$x = f(u)$$

$$y = n \cdot v$$

4. Volba konstanty zobrazení n

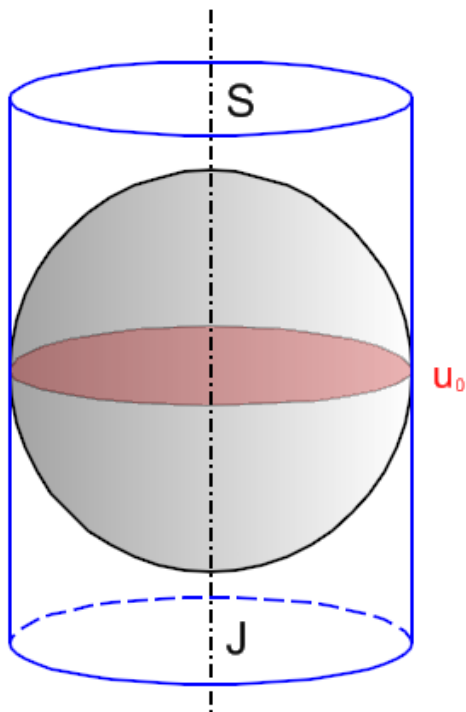
Představuje poloměr válce, 2 varianty:

a) Tečný válec

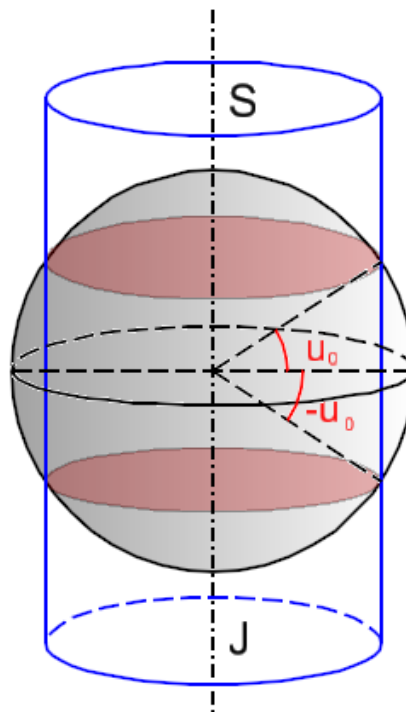
1 nezkreslená rovnoběžka: rovník.

Poloměr válce roven poloměru koule.

Tečný válec



Sečný válec



$$n = R$$

$$x = f(u)$$

$$y = R \cdot v$$

b) Sečný válec

2 nezkreslené rovnoběžky o šířce $\pm u_0$

Stejná vzdálenost od rovníku,
symetrické.

Poloměr válce roven poloměru
nezkreslené rovnoběžky.

Důsledek: rovnoběžky se zkrátí.

$$n = R \cos u_0$$

$$x = f(u)$$

$$y = R \cos u_0 \cdot v$$

5. Kartografická měřítka a zkreslení

Délkové zkreslení v poledníku: $m_p = \frac{dy}{R du}$

Délkové zkreslení v rovnoběžce: $m_r = \frac{dx}{R \cos u dv} = \frac{d(n \cdot v)}{R \cos u dv}$

$$m_r = \frac{n}{R \cos u} \Rightarrow \frac{n}{R} = \cos u_0$$

$$m_r = \frac{\cos u_0}{\cos u}$$

$$m_r = \frac{1}{\cos u} \dots \text{rovník}$$

Plošné zkreslení: $P = m_p m_r$

Maximální úhlové zkreslení: $\sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) = \frac{|m_p - m_r|}{m_p + m_r}$

6. Volba jedné nezkraslených rovnoběžek

a) 1 NR => rovník, $u_0=0$

Nevýhoda: území daleko od rovníku, velké zkreslení.

b) u_0 uprostřed u_s, u_j => 2NR

$m_{rs}=m_{rj}=1, m_0<1$

$m<1$ mezi rovnoběžkami

Výhoda: na okrajích menší zkreslení

c) Zkreslení na okraji a ve středu území se liší znaménkem u_j => 2NR

Střední rovnoběžka území (rovník): $m=1-c$

Okrajové rovnoběžky: $m=1+c$

Výhoda: zmenšení vlivu zkreslení oproti b).

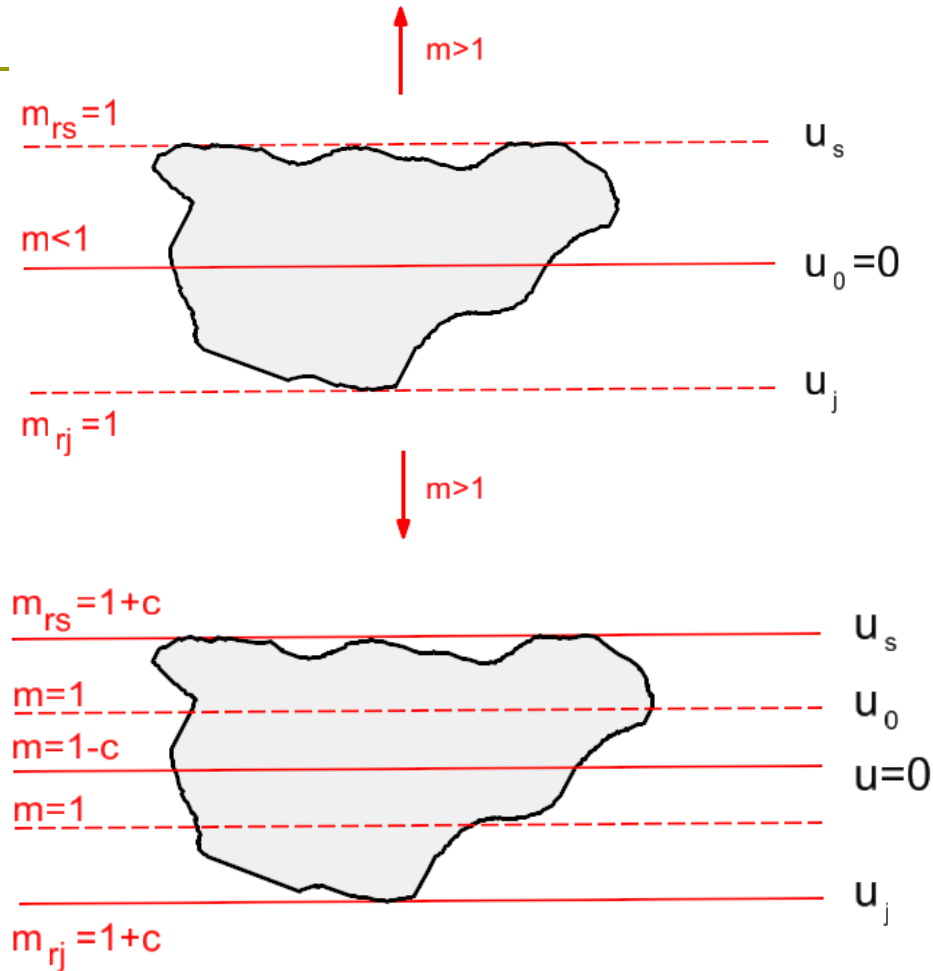
$$m_r = 1 - c$$

$$m_s = m_j = 1 + c$$

$$m_r + m_s = 2$$

$$\frac{\cos u_0}{\cos 0} + \frac{\cos u_0}{\cos u_s} = 2$$

$$\cos u_0 = \frac{2 \cos u_s}{1 + \cos u_s}$$



7. Válcové zobrazení ekvidistantní v polednicích

Princip známo již ve starém Řecku (Archimédes, 3. století p.n.l.).

Marinos z Tyru (130 n.l) v tomto zobrazení vytvořil mapu známého světa (jedno prvních použití kartografického zobrazení) opatřenou geografickou sítí.

Nazýváno čtvercové (izocylindrické) zobrazení.

Ekvidistantní v polednicích a na rovníku.

Vzdálenosti obrazů rovnoběžek stejné.

Pól se zobrazí jako úsečka.

V kartografické praxi se příliš se nepoužívá.

Podmínka:

$$m_p = 1 = \frac{dy}{Rdu}$$

$$dy = Rdu$$

$$y = Ru + c \Rightarrow u = 0 \text{ pak } y = 0$$

$$y = Ru$$

Zobrazovací rovnice:

$$x = Rv$$

$$y = Ru$$

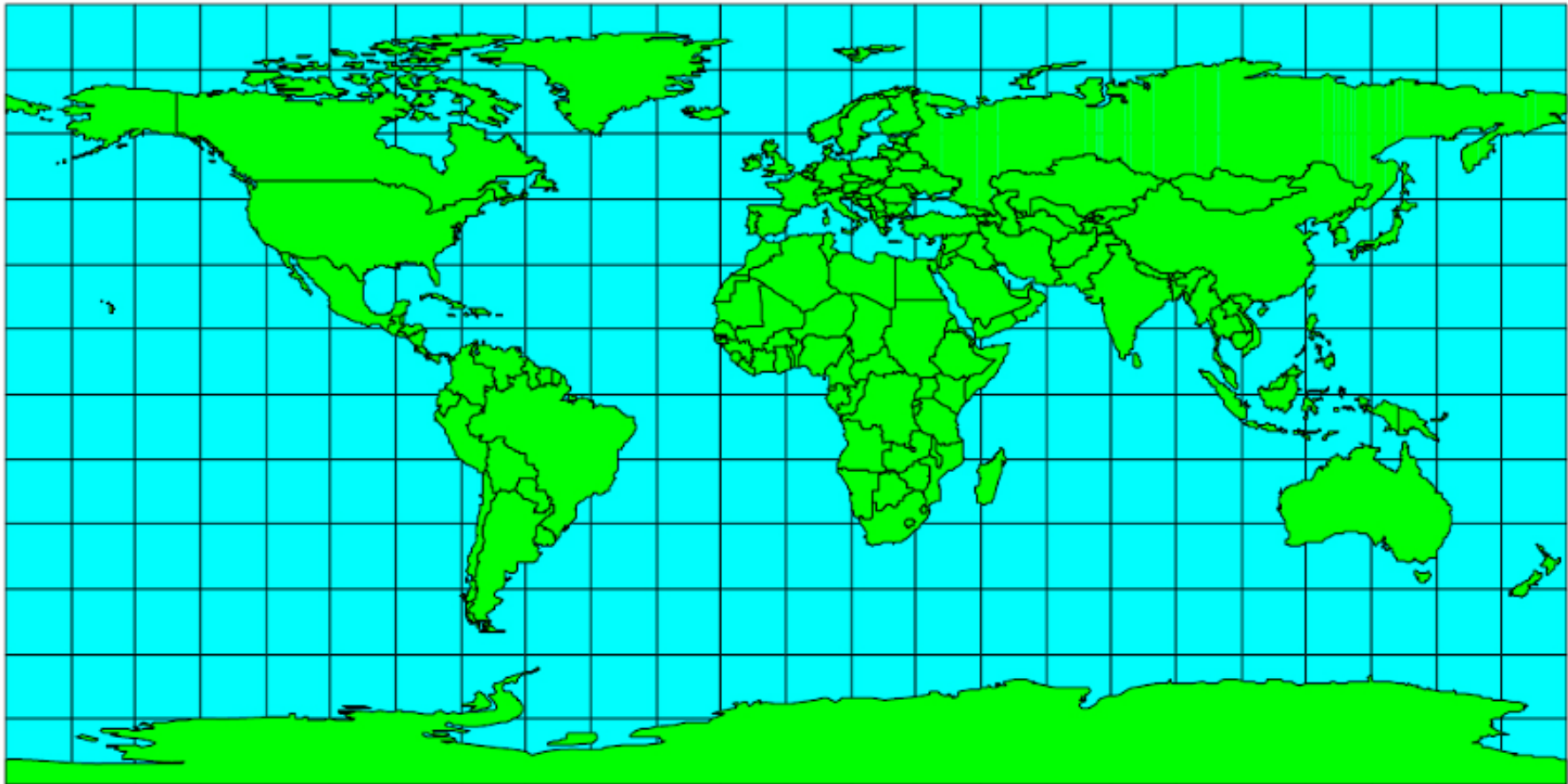
Měřítko a zkreslení:

$$m_r = \frac{1}{\cos u}$$

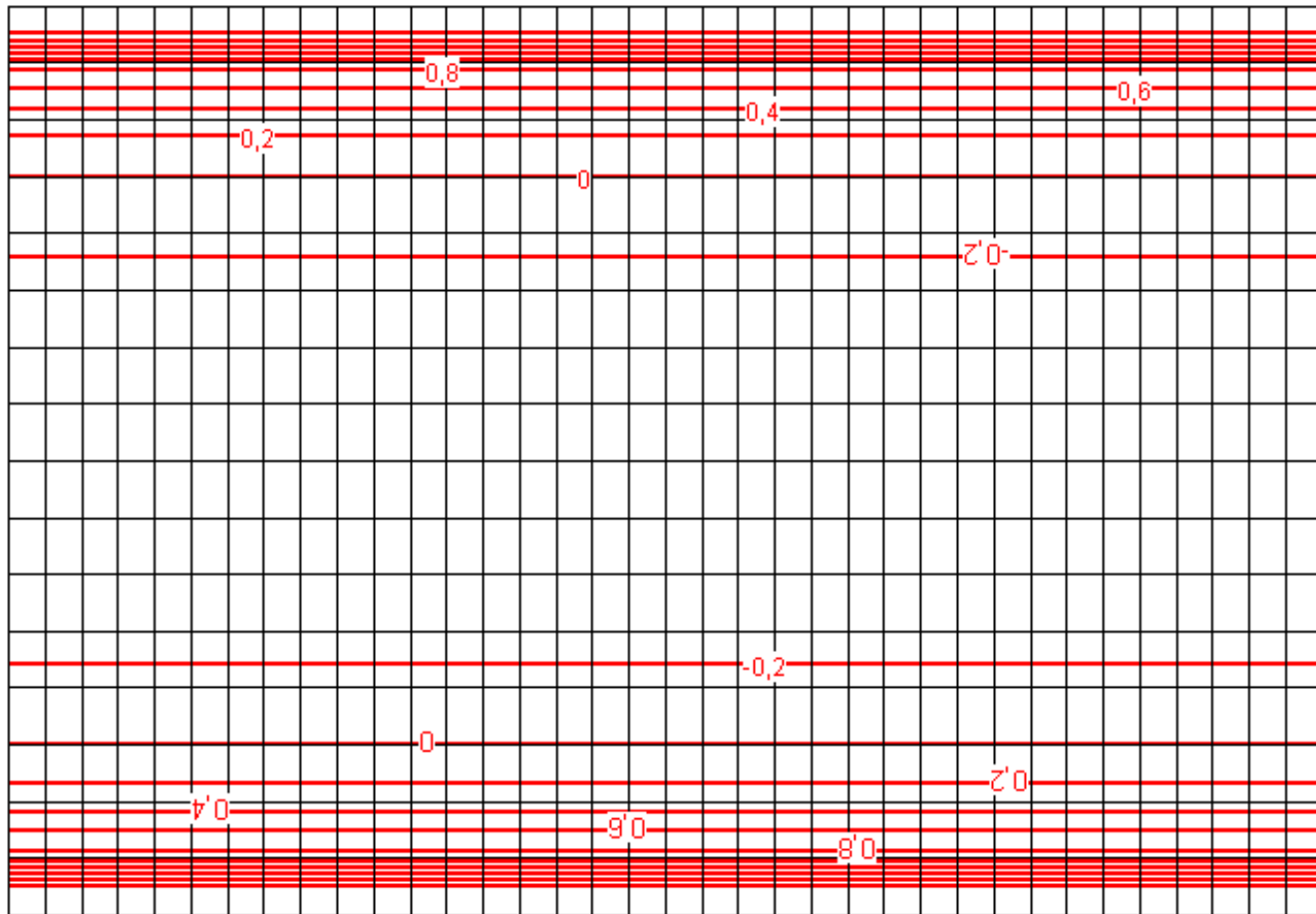
$$P = \frac{1}{\cos u}$$

$$\sin \frac{\Delta\omega}{2} = \frac{|1 - \cos u|}{1 + \cos u}$$

8. Ukázka válcového ekvidistantního zobrazení



9. Ukázka ekvideformát m_r válcového ekvidistantního zobrazení



Geografická síť+ekvideformáty: Normální poloha, 2 nezkřelená rovnoběžky $\varphi=\pm 45^\circ$, sečný válec. Ekvideformáty m_r , krok 0.2, interval $\langle -0.2, 4 \rangle$

10. Zobrazení odvozená z Marinova zobrazení

Z Marinova zobrazení jsou odvozena dvě kartografická zobrazení:

- Cassini Soldnerovo zobrazení (viz dále).
- Obdélníkové zobrazení.

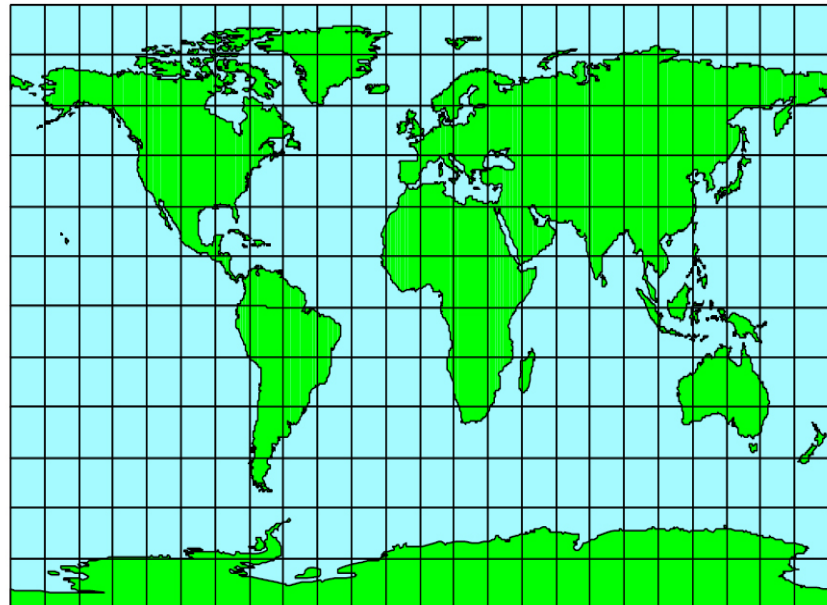
Obdélníkové zobrazení

Sečný válec ($u_0 = 40^\circ$).

Ekvidistantní v polednících a ve dvou dotykových rovnoběžkách.

Rovnoběžky oproti Marinovu zobrazení zkráceny, poledníky zachovány.

$$x = Rv \cos u_0, u_0 = 40^\circ.$$
$$y = Ru$$



11. Cassini-Soldnerovo zobrazení (1/3)

Charakteristika:

- ❑ Válcové ekvidistantní zobrazení v transverzální poloze
- ❑ Použito jako základní kartografické zobrazení pro mapy Stablního katastru v měřítku 1:2880
- ❑ Válec se dotýkal referenční plochy v nezkresleném poledníku.
- ❑ Nezkreslený poledník prochází středem území.
- ❑ Nevýhoda: není to konformní zobrazení, zkresluje úhly
- ❑ Rychlý růst zkreslení, celkem 11 souřadných systémů: Čechy=Gusterberg, Morava=Svatý Štěpán

Souřadnicový systém:

x obrazem nezkresleného poledníku

x na sever, y na východ

12. Cassini-Soldnerovo zobrazení (2/3)

Geografická síť:

- ▣ Obraz základního poledníku: úsečka
- ▣ Obraz rovníku: úsečka
- ▣ Poledníky a rovnoběžky: obecné křivky
- ▣ Nezkreslují se kartografické poledníky:

Odvození zobraz. rovnic ze sfér. trojúhelníka: $\Delta v = 90 - v$

$$\sin \check{s} = \sin u \cos 90 + \cos u \sin 90 \cos \Delta v$$

$$\sin \check{s} = \cos u \cos \Delta v$$

$$\sin \check{s} = \cos u \sin v$$

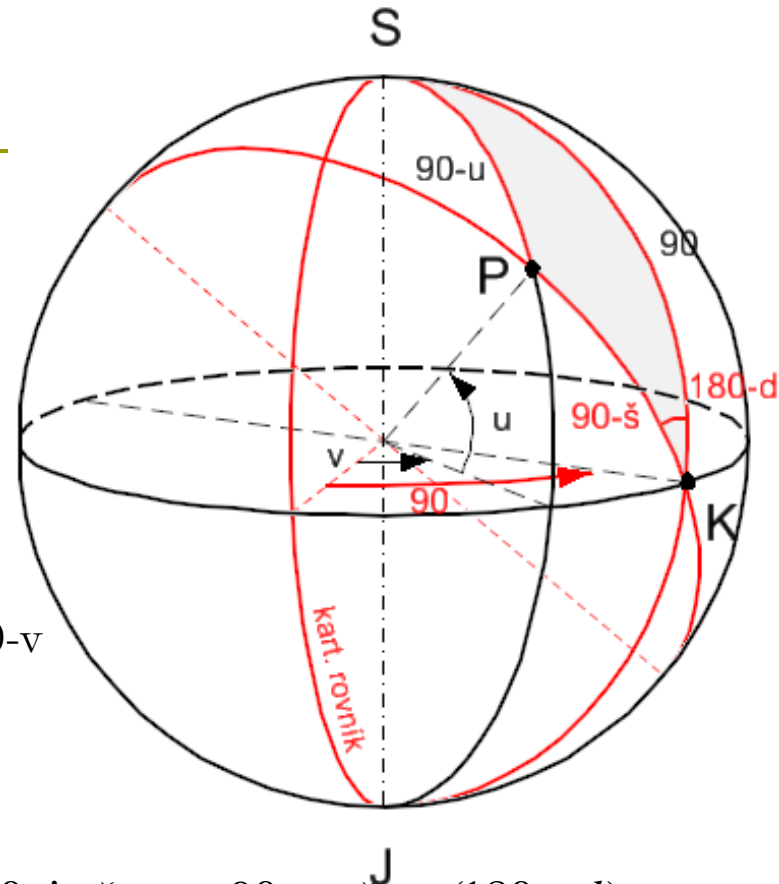
$$\sin(180 - d) = \cos u \frac{\sin \Delta v}{\cos \check{s}}$$

$$\sin d = \cos u \frac{\cos v}{\cos \check{s}}$$

$$\sin u = \sin 90 \sin \check{s} + \cos 90 \cos \check{s} \cos(180 - d)$$

$$\sin u = -\cos \check{s} \cos d$$

$$\operatorname{tg} d = \frac{\cos u \frac{\cos v}{\cos \check{s}}}{-\frac{\sin u}{\cos \check{s}}} = -\frac{\cos v}{\operatorname{tgu}}$$



13. Cassini-Soldnerovo zobrazení (2/3)

Zobrazovací rovnice vycházejí z Marinova zobrazení, $u \Rightarrow \check{s}$, $v \Rightarrow d$.

$$y = R\check{s}$$

$$x = Rd$$

Dosazení za \check{s} , d z rovnic pro sférickou trigonometrii.

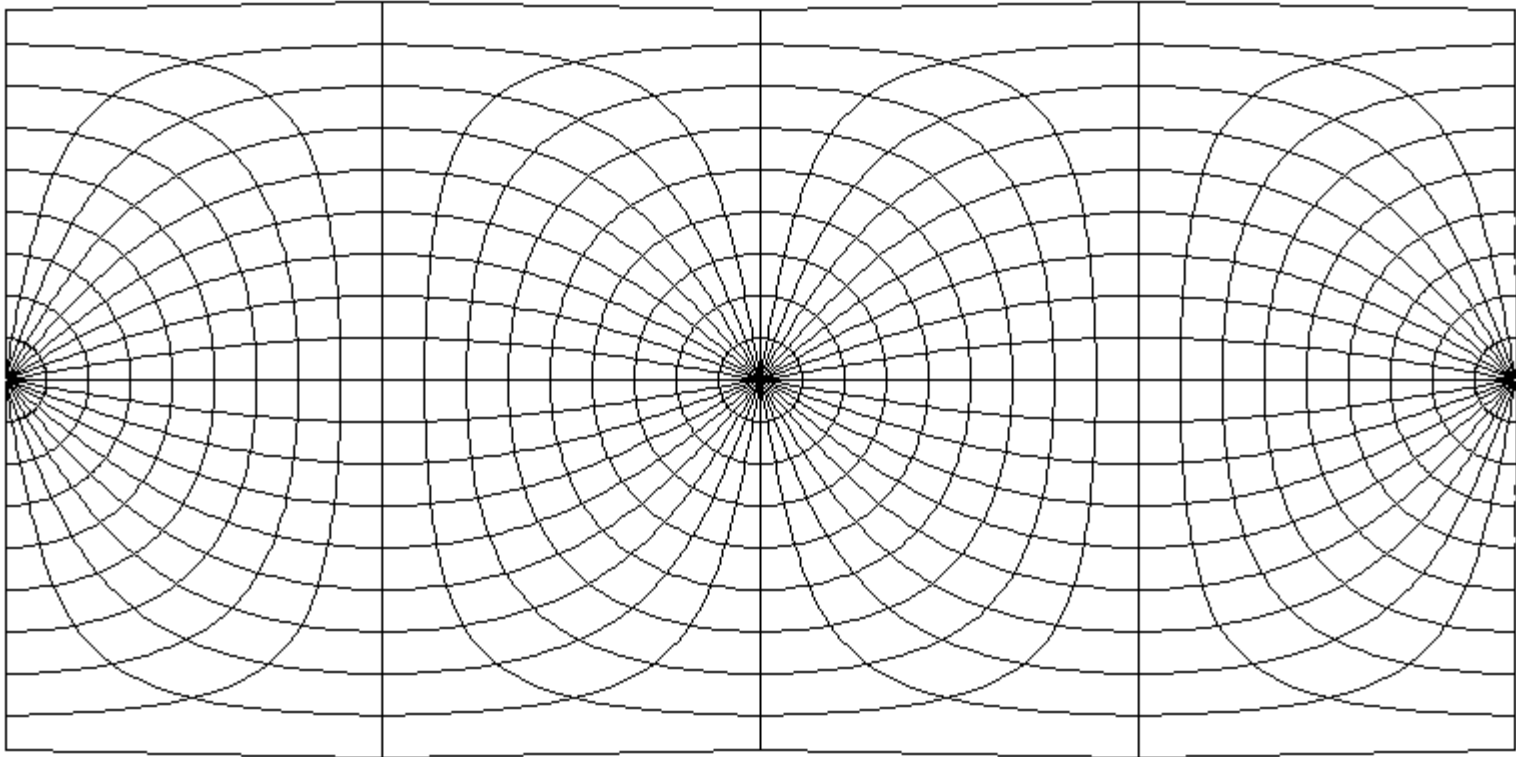
$$y = R \arcsin(\cos u \sin v)$$

$$x = R \operatorname{arctg}\left(-\frac{\cos v}{\operatorname{tg} u}\right)$$

Délkové zkreslení:

$$m = 1 + \frac{y^2}{2R^2} \cos^2 \alpha$$

14. Cassini-Soldnerovo zobrazení



Geografická síť: Transverzální poloha, tečný válec. 1 nezkreslený poledník.

15. Válcové konformní zobrazení

V roce 1569 použito Mercatorem (Gerhardus Krammer) bez uvedení matematických vztahů
=> Mercatorovo zobrazení.

Odvození 1645 H. Bond.

Vlastnosti:

- ❑ Vzdálenosti obrazů rovnoběžek se směrem k pólu zvětšují.
- ❑ Vzdálenosti obrazů poledníků stejné.
- ❑ Pól se nezobrazí.
- ❑ Poměrně často používáno v atlasech
- ❑ Nezkreslený základní poledník

Podmínka:

$$m_p = m_r$$

$$\frac{dy}{Rdu} = \frac{dx}{R \cos u dv} = \frac{n}{R \cos u}$$

$$dy = R \frac{du}{u} \Rightarrow y = R \int \frac{du}{u}$$

$$y = R \ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{u}{2} + 45\right)\right) + c \Rightarrow c = 0$$

Zobrazovací rovnice:

$$x = Rv$$

$$y = R \ln \operatorname{tg}\left(\frac{u}{2} + 45\right)$$

Měřítko délek, ploch:

$$m_p = \frac{1}{\cos u}$$

$$m_r = \frac{1}{\cos u}$$

$$P = \frac{1}{\cos^2 u}$$

16. Válcové konformní zobrazení

Další vlastnosti:

- ❑ Loxodroma se v něm zobrazuje jako úsečka,
- ❑ Ekvideformáty totožné s obrazy zeměpisných rovnoběžek
- ❑ Dříve používáno v námořní navigaci, trasy plaveb se stejným azimutem se zobrazovaly jako úsečky.
- ❑ Námořní mapy světa konstruovány v tomto zobrazení.
- ❑ Transverzální poloha: důležité v geodézii, známo pod názvem Transverse Mercator (UTM zobrazení z elipsoidu na roviny, odvozeno Gaussem).

Měřítko délek:

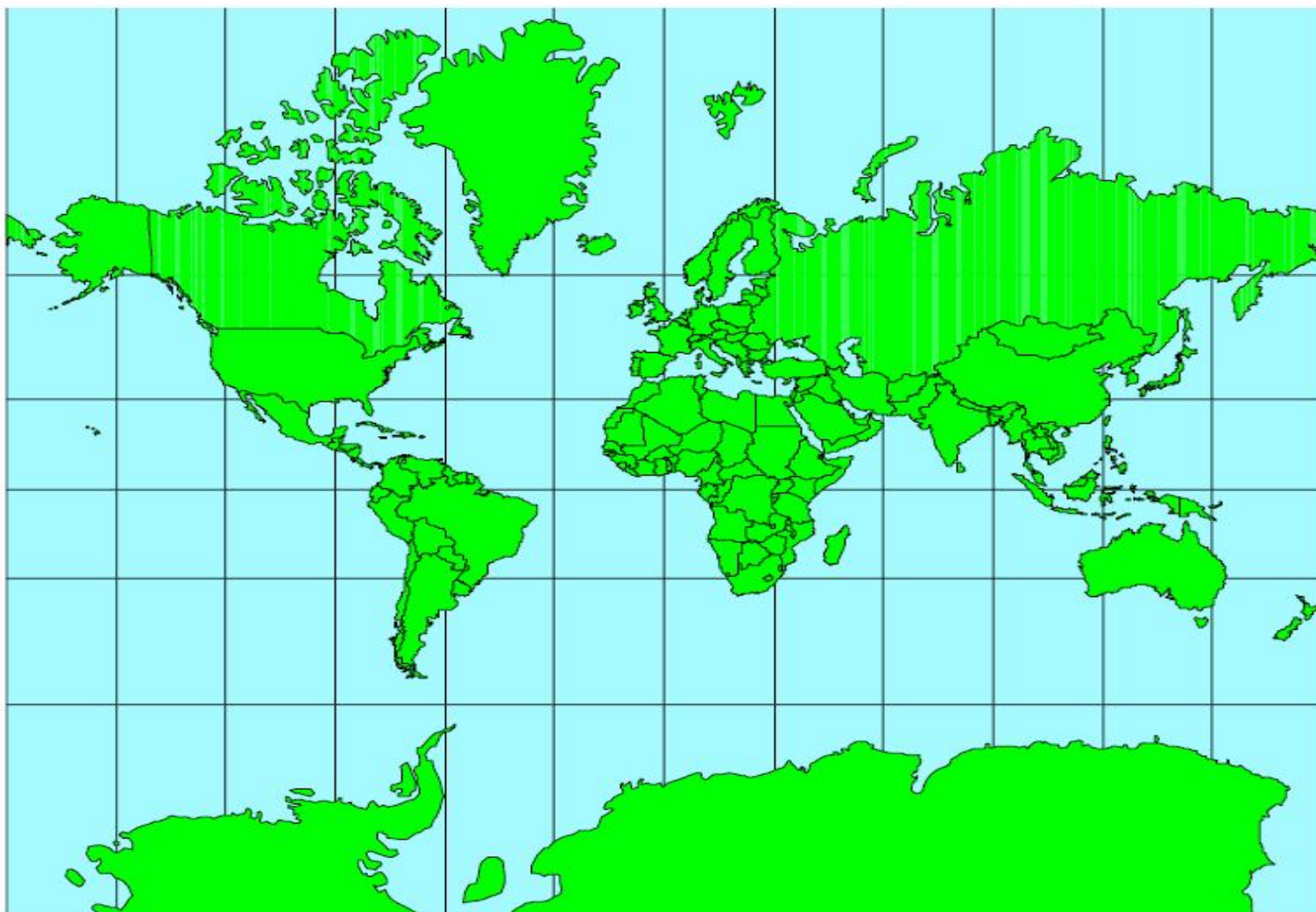
$$m = 1 + \frac{y^2}{2R^2} + \dots$$

Roste s kvadrátem vzdálenosti od základního poledníku.

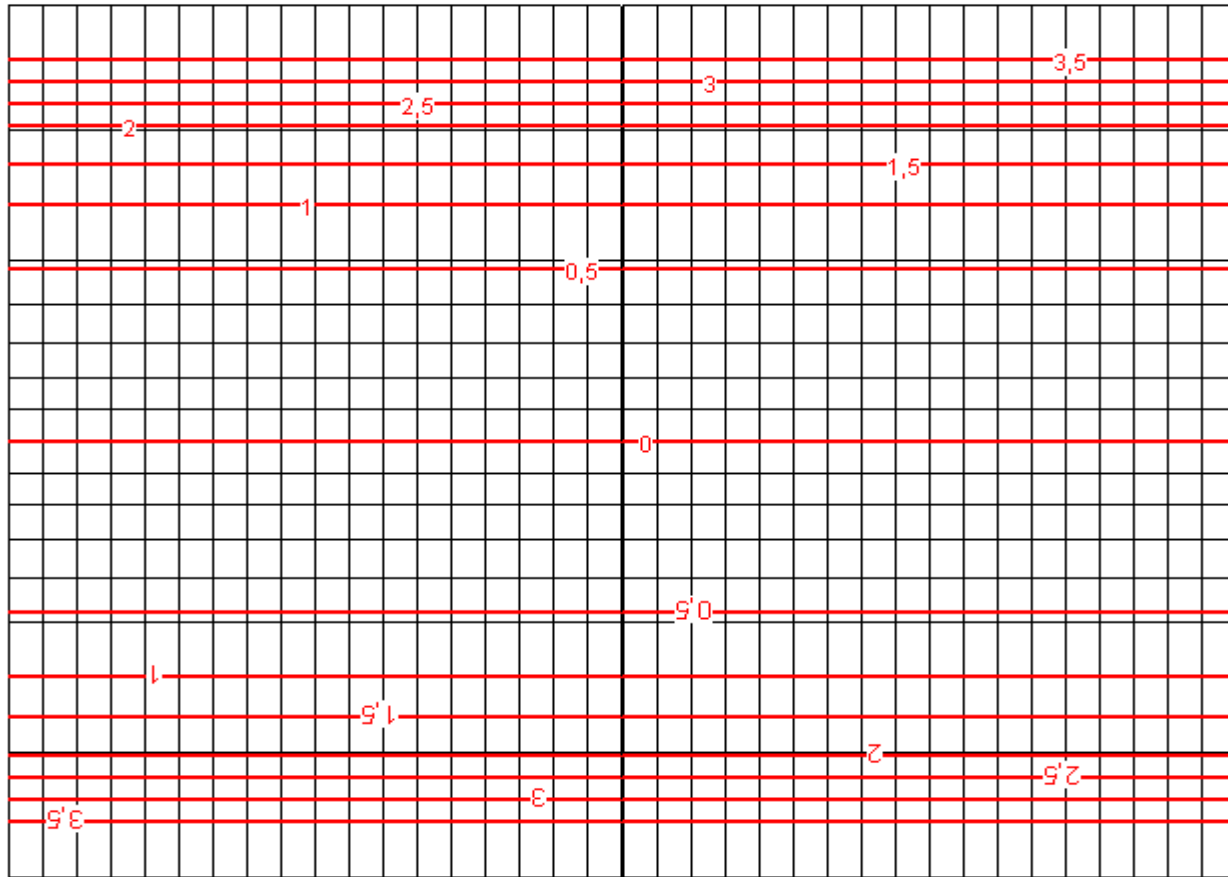
Bod s dvojnásobnou vzdáleností od poledníku má čtyřnásobně velké zkreslení!!!

Vhodná pro protáhlá území kolem dotykové rovnoběžky.

17. Ukázka Mercatorova zobrazení



18. Ukázka ekvideformát m_p Mercatorova zobrazení



Geografická síť + ekvideformáty. Normální poloha, 1NR. Ekvideformáty m_p , krok 0.5, Interval $\langle 0,3.5 \rangle$

19. Válcové ekvivalentní zobrazení

Princip zobrazení znám již ve starém Řecku (Archimédes).

Matematicky popsal Johann Heinrich Lambert (1772) => Lambertovo zobrazení.

Lze odvodit také geometrickou cestou (ortografická projekce).

Vlastnosti:

- ❑ Vzdálenosti obrazů rovnoběžek se směrem k pólu zmenšují.
- ❑ Vzdálenosti obrazů poledníků stejné.
- ❑ Pól se zobrazí jako úsečka.
- ❑ Nepoužívá se příliš často, velká úhlová zkreslení v oblasti pólů.

Podmínka:

$$m_p m_r = 1$$

$$\frac{dy}{R du} \frac{n}{R \cos u} = 1$$

$$dy = R \cos u du$$

$$y = R \int \cos u du$$

$$y = R \sin u + c \Rightarrow c = 0$$

Zobrazovací rovnice:

$$x = Rv$$

$$y = R \sin(u)$$

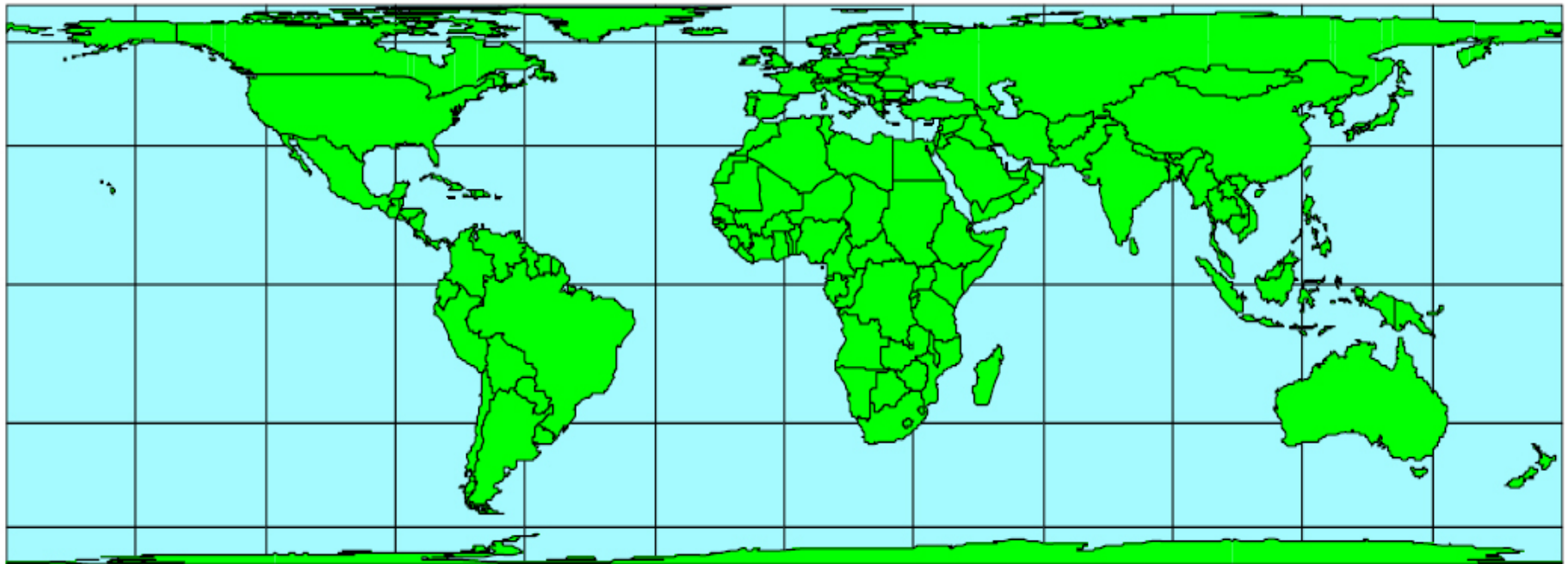
Měřítko a zkreslení:

$$m_p = \cos u$$

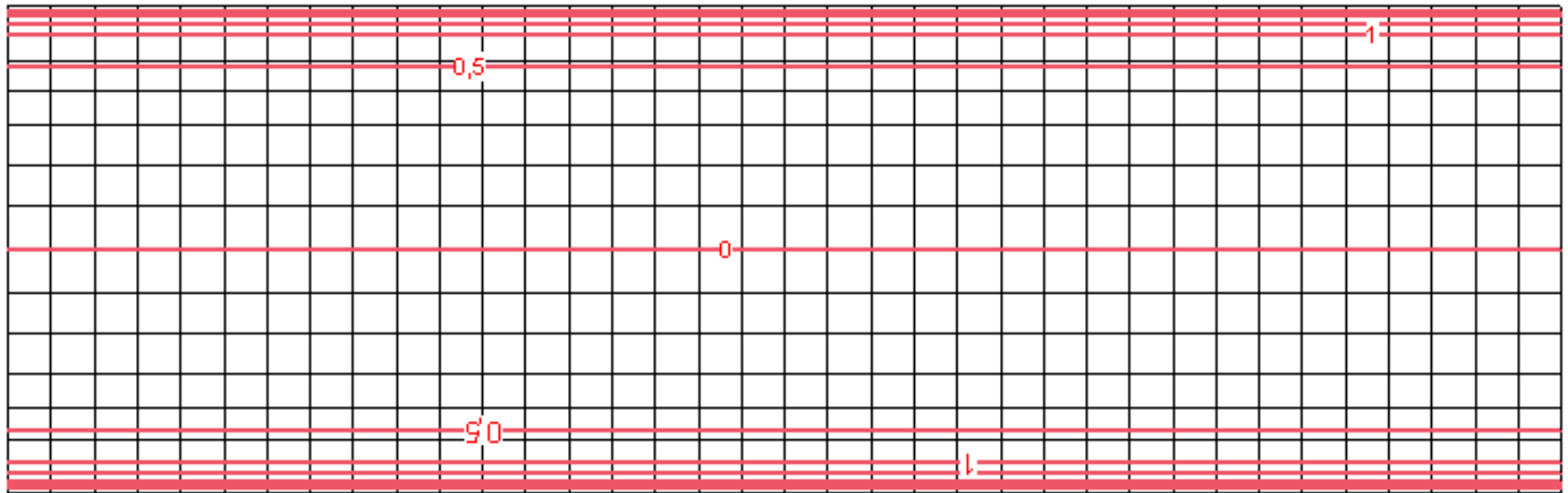
$$m_r = \frac{1}{\cos u}$$

$$\sin \frac{\Delta\omega}{2} = \frac{1 - \cos^2 u}{1 + \cos^2 u}$$

20. Ukázka Lambertova zobrazení



21. Ukázka ekvideformát m_p válcového ekvivalentního zobrazení



Geografická síť + ekvideformáty. Normální poloha, 1NR. Ekvideformáty m_p , krok 0.5, interval $\langle 0, 2.5 \rangle$

22. Behrmannovo zobrazení

Použil Walter Behrmann (1909).

Odvozené z válcového ekvivalentního zobrazení, sečný válec ($u_0=30^\circ$).

Poledníky prodlouženy $1/\cos(u_0)$ krát.

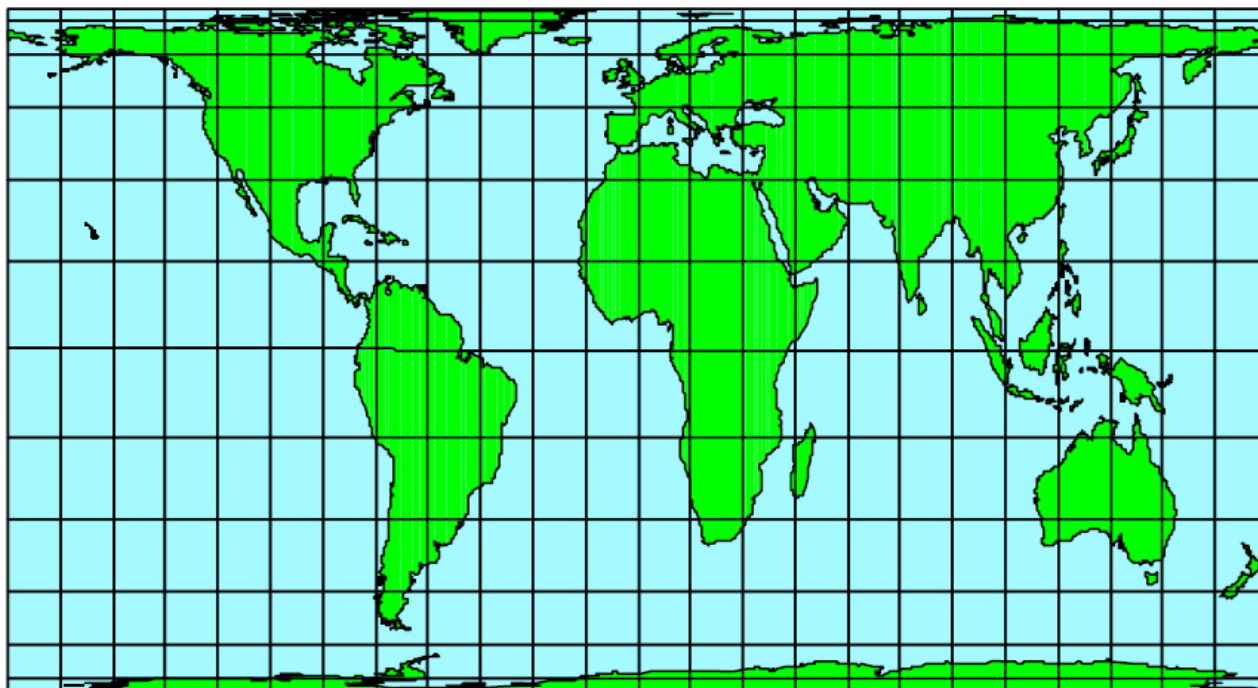
Upravuje nevhodný obrys Země u Lambertova zobrazení (úzký a protáhlý obdélník).

Důsledkem menší úhlové zkreslení.

Zobrazovací rovnice:

$$x = Rv \cos u_0, u_0 = 30^\circ$$

$$y = \frac{R}{\cos u_0} \sin u$$



23. Válcové projekce

Zobrazení vzniklá geometrickou cestou, promítáním.

Někdy nazývána jako **perspektivní zobrazení**.

Dělení podle polohy středu promítání.

Známa již v Antice.

Tři základní projekce:

a) Centrální (gnómonická) projekce (Wetchova)

Střed promítání ve středu koule.

b) Stereografická projekce (Braunova, Gallova)

Střed promítání v antipólu.

c) Ortografická projekce

Střed promítání v nekonečnu.

24. Centrální (gnómonická) projekce

Vlastnosti:

- ❑ Střed promítání leží na zemské ose a je totožný se středem koule.
- ❑ Póly se nezobrazí.
- ❑ Projekce vše zkresluje.
- ❑ Varianty s 1NR nebo 2NR
- ❑ Geografická síť podobná Mercatorově zobrazení, avšak rychlejší nárůst zkreslení => nepoužívá se.

$$x = Rv$$

$$y = R \operatorname{tg} u$$

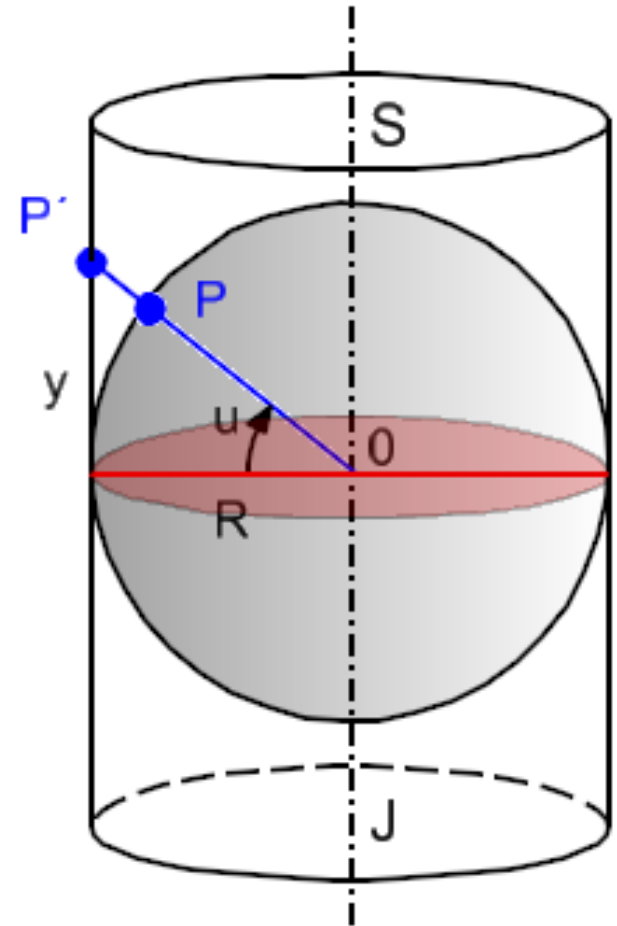
Kartografická měřítka a zkreslení:

$$m_p = \frac{1}{\cos^2 u}$$

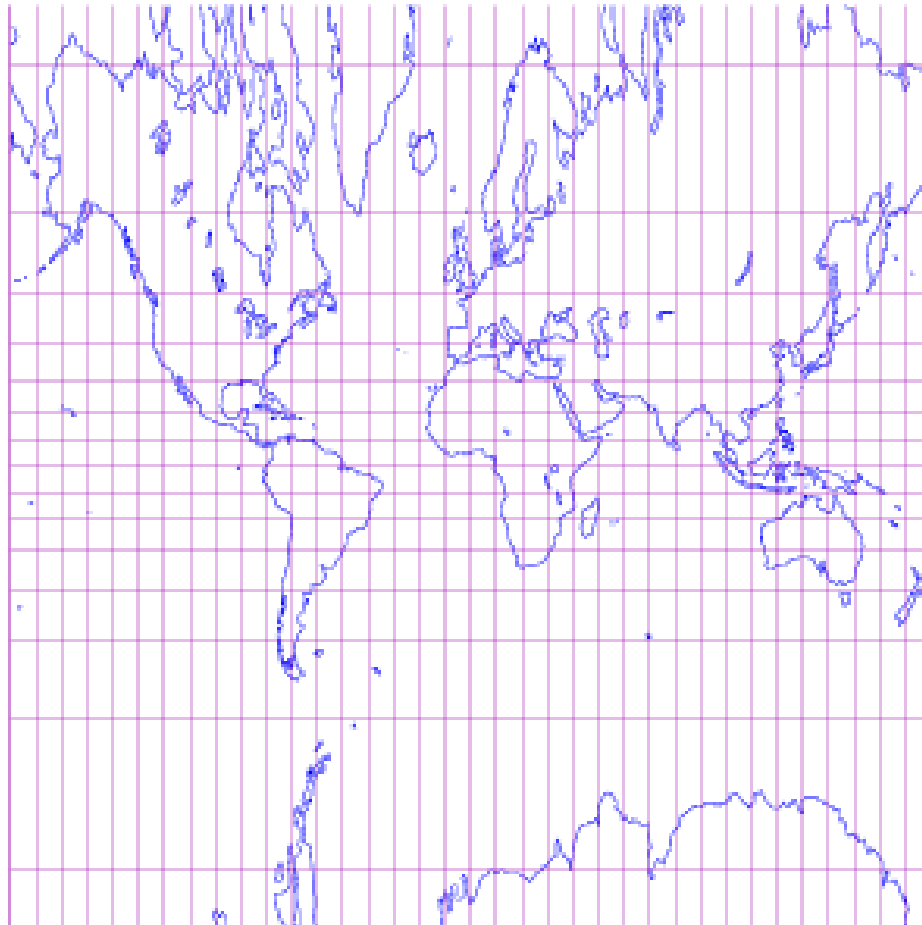
$$m_r = \frac{1}{\cos u}$$

$$P = \frac{1}{\cos^3 u}$$

$$\sin \frac{\Delta\omega}{2} = \frac{1 - \cos u}{1 + \cos u}$$

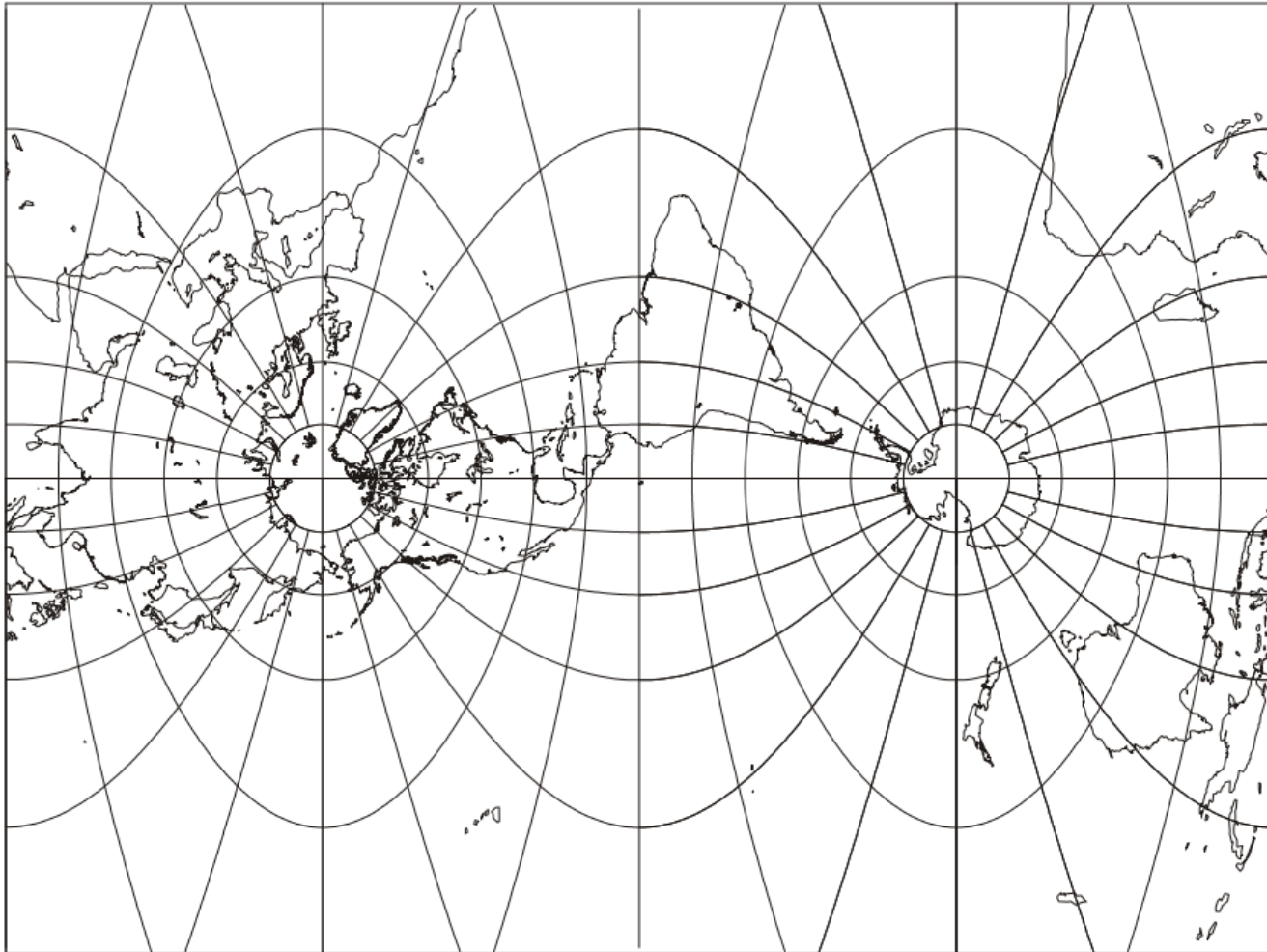


25. Ukázka centrální projekce



26. Wetchova projekce

Centrální projekce v transverzální poloze.



Wetch projection (Transverse Central Cylindrical); Neither Conformal or Equal-area; J. Wetch; Before 1850

27. Braunova stereografická projekce

Vlastnosti:

- ❑ Střed promítání leží v antipólu
- ❑ Pól se zobrazí úsečka.
- ❑ Varianta s 1NR nebo 2NR.
- ❑ Vše zkresluje, vyrovnávací zobrazení.
- ❑ Na rozdíl od centrální projekce zobrazí celou Zemi.

$$x = Rv$$

$$y = 2R \operatorname{tg} \frac{u}{2}$$

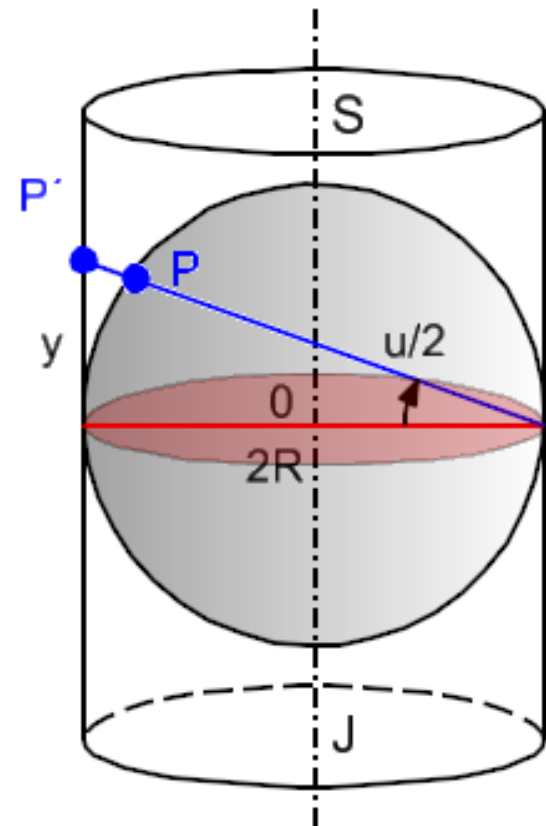
Kartografická měřítka a zkreslení:

$$m_p = \frac{1}{\cos^2 \frac{u}{2}} = \frac{2}{1 - \cos u}$$

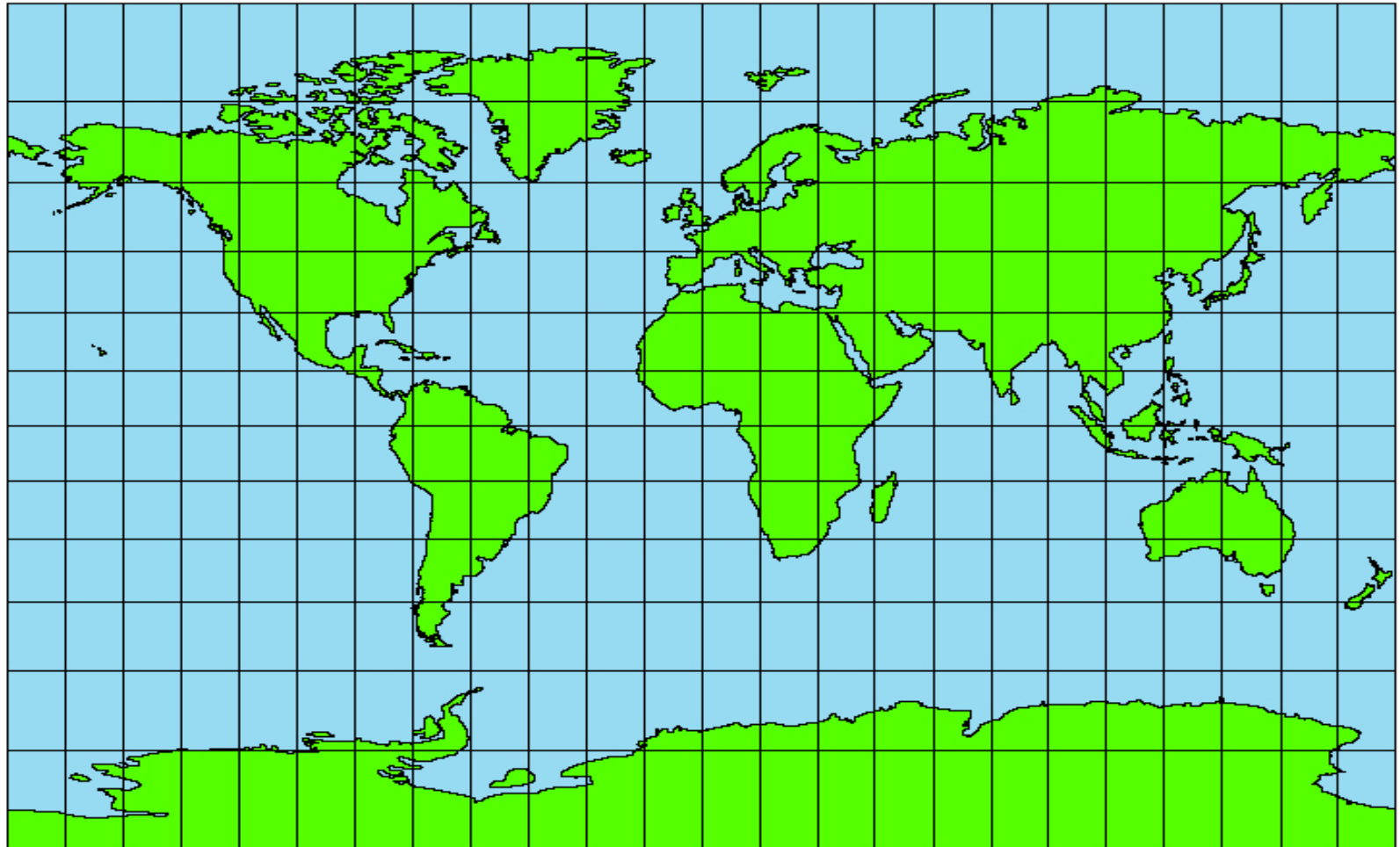
$$m_r = \frac{1}{\cos u}$$

$$P = \frac{2}{\cos u(1 - \cos u)}$$

$$\sin \frac{\Delta\omega}{2} = \frac{3\cos u - 1}{1 - \cos u}$$



28. Ukázka Braunovy stereografické projekce



29. Gallova stereografická projekce

Použil James Gall (1885).

Sečný válec ($u_0=45^\circ$).

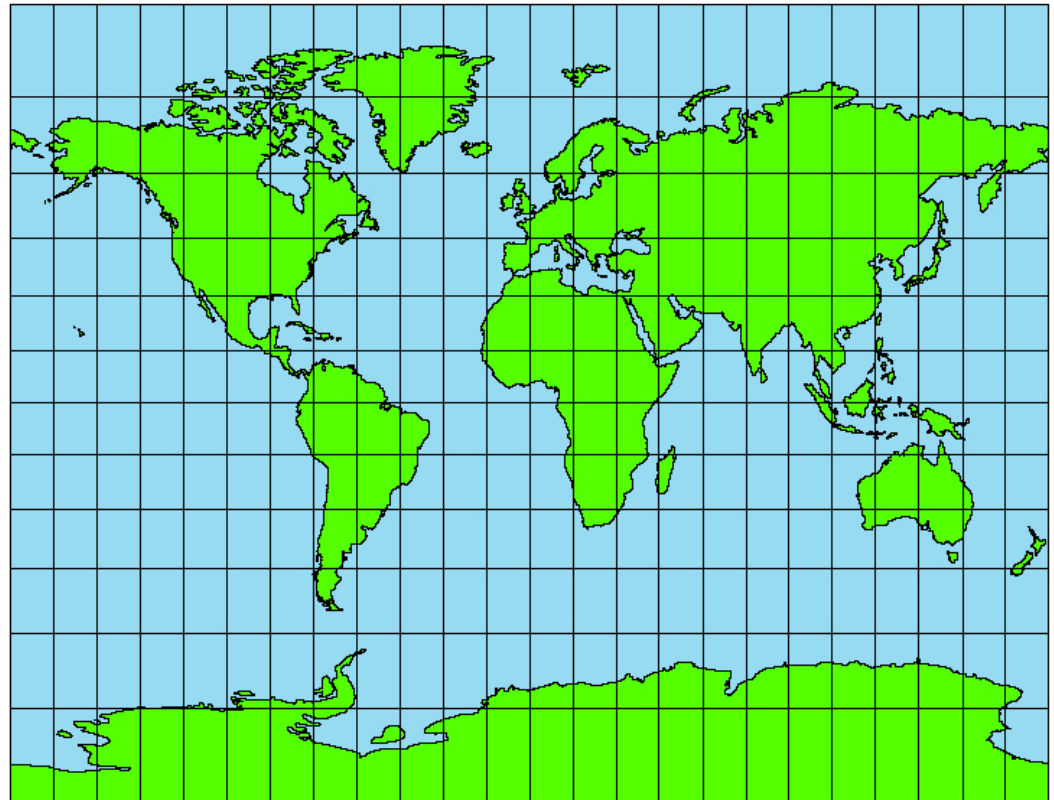
Upravuje nevhodný obrys Země u Braunovy projekce (zkrácení rovnoběžek).

Důsledkem menší úhlové zkreslení.

Zobrazovací rovnice:

$$x = Rv$$

$$y = R(1 + \cos u_0) \operatorname{tg} \frac{u}{2}$$



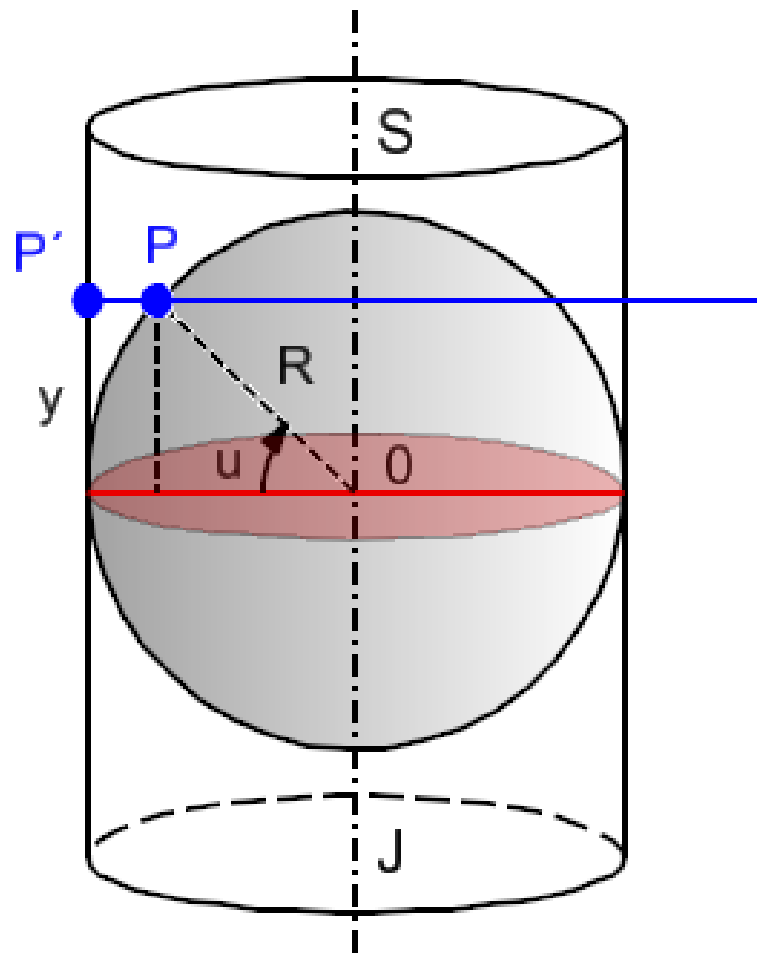
30. Ortografická projekce

Vlastnosti:

- ❑ Lze ji odvodit jak geometrickou cestou, tak jako Lambertovo ekvivalentní zobrazení.
- ❑ Střed promítání leží v nekonečnu.
- ❑ Pól se zobrazí úsečka.
- ❑ Zobrazí celou kouli (planisféra).
- ❑ Nevhodný tvar geografické sítě.

$$x = Rv$$

$$y = R \sin u$$



31. Gaussovo konformní válcové zobrazení

Autorem F. Gauss, 1840

Upravil L. Kruger (zavedení pásů).

Vlastnosti:

- ❑ Přímé zobrazení z elipsoidu do roviny
- ❑ Konformní
- ❑ Válec v transverzální poloze
- ❑ Nezkreslený základní poledník
- ❑ Území zobrazeno po pásích (3° nebo 6°).
- ❑ Každý pás do roviny zobrazován samostatně, má vlastní souřadnicový systém.
- ❑ Obrazy rovnoběžek: paraboly
- ❑ Od $\varphi < -80^\circ$ a $\varphi = > 84^\circ$ zobrazení nahrazeno UPS (Universal Polar Stereographic projection)

Použití:

- ❑ V ČR používáno převážně ve vojenských mapách (6°), využito i v civilních mapách (3°)
- ❑ Systém S-52 (Besselův elipsoid), S-42 (Krasovského elipsoid), S-42/83 (Krasovského elipsoid).

Poznámka: Gaussovo konformní válcové zobrazení lze odvodit i jako dvojité zobrazení, z elipsoidu na kouli a z koule do roviny

32. Zobrazovací rovnice Gaussova zobrazení (1/2)

Složité, odvozeny z podmínek:

$$x + iy = f(q + i\lambda)$$

$$x - iy = f(q - i\lambda)$$

q je izometrická šířka

Rozvedení pomocí Taylorovy řady:

$$x + iy = f(q) + f'(q)i\lambda + f''(q)\frac{(i\lambda)^2}{2!} + f'''(q)\frac{(i\lambda)^3}{3!} + \dots$$

Srovnání reálné a imaginární části:

$$x = f(q) - f''(q)\frac{\lambda^2}{2!} + f^{(4)}(q)\frac{\lambda^4}{4!} + \dots$$

$$y = f'(q) - f'''(q)\frac{\lambda^3}{3!} + f^{(5)}(q)\frac{\lambda^5}{5!} + \dots$$

Délka zákl. poledníku se nezkrsluje:

$$f(q) = B = \int_0^{\varphi} M d\varphi$$

33. Zobrazovací rovnice Gaussova zobrazení (2/2)

Substituce:

$$\eta^2 = \frac{e^2 \cos^2 \varphi}{1 - e^2}$$

Odvození velmi obtížné, nebudeme uvádět.

Výsledné rovnice ve formě řad:

$$x = B + \frac{\lambda^2 N}{2\rho^2} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{\lambda^4 N}{24\rho^4} \sin \varphi \cos^3 \varphi (5 - \operatorname{tg}^2 \varphi + 9\eta^2 + 4\eta^4) +$$
$$\frac{\lambda^6}{720\rho^6} \sin \varphi \cos^5 \varphi (61 - 58\operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg}^4 \varphi + 270\eta^2 - 330\eta^2 \operatorname{tg}^2 \varphi) \dots$$
$$y = \lambda \frac{N}{\rho} \cos \varphi + \frac{\lambda^3 N}{6\rho^3} \cos^3 \varphi (1 - \operatorname{tg}^2 \varphi + 9\eta^2) +$$
$$\frac{\lambda^5 N}{120\rho^5} \cos^5 \varphi (1 - 18\operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg}^4 \varphi + 14\eta^2 - 58\eta^2 \operatorname{tg}^2 \varphi) + \dots$$

Čtvrtý člen velmi malý, pro ČR < 0.5 mm, nemusíme ho již počítat.

34. Zobrazení UTM

Vlastnosti:

- ❑ Používáno pro vojenské účely.
- ❑ Základní zobrazení pro NATO.
- ❑ Osa $x \Rightarrow$ Northing, osa $y \Rightarrow$ Easting
- ❑ Od $\varphi < -80^\circ$ a $\varphi \Rightarrow 84^\circ$ zobrazení nahrazeno UPS (Universal Polar Stereographic projection).
- ❑ Používáno s různými elipsoidy: Severní Amerika=Clarkův elipsoid, Evropa Hayfordův elipsoid
- ❑ V současnosti používán elipsoid WGS 84.
- ❑ Zkreslený základní poledník ($m=0,9996$) \Rightarrow zkreslení -40cm/km.
- ❑ 2 nezkreslené poledníky symetricky umístěné vzhledem k základnímu poledníku.

35. Zobrazovací rovnice zobrazení UTM

Zobrazovací rovnice:

- stejné jako Gaussovo zobrazení, pouze přenásobením obou souřadnic koeficientem m .

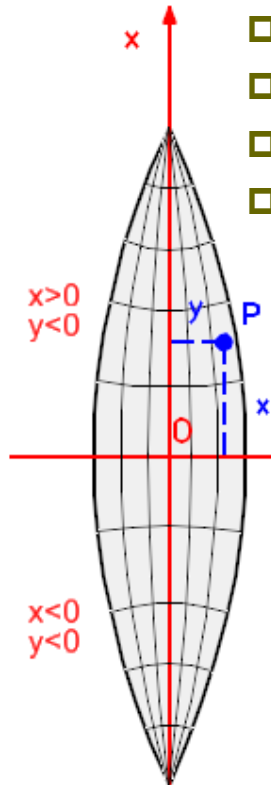
$$x = m \left[B + \frac{\lambda^2 N}{2\rho^2} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{\lambda^4 N}{24\rho^4} \sin \varphi \cos^3 \varphi (5 - \operatorname{tg}^2 \varphi + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \right. \\ \left. \frac{\lambda^6}{720\rho^6} \sin \varphi \cos^5 \varphi (61 - 58\operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg}^4 \varphi + 270\eta^2 - 330\eta^2 \operatorname{tg}^2 \varphi) \dots \right]$$

$$y = m \left[\lambda \frac{N}{\rho} \cos \varphi + \frac{\lambda^3 N}{6\rho^3} \cos^3 \varphi (1 - \operatorname{tg}^2 \varphi + 9\eta^2) + \right. \\ \left. \frac{\lambda^5 N}{120\rho^5} \cos^5 \varphi (1 - 18\operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg}^4 \varphi + 14\eta^2 - 58\eta^2 \operatorname{tg}^2 \varphi) + \dots \right]$$

36. Gaussovo zobrazení, vlastnosti

Vlastnosti:

- ❑ Zemský povrch rozdělen z důvodu minimalizace zkreslení na pásy 3° nebo 6° , není zobrazován jako celek.
- ❑ Střed y pásů: 1.5° , 4.5° , 6° , ... nebo 3° , 9° , 15° , ...
- ❑ $60 \times 6^\circ$ pásů, $120 \times 3^\circ$ pásů.
- ❑ Poledníky kolmé na rovnoběžky
- ❑ ČR se nachází ve 3 a 4 pásu.

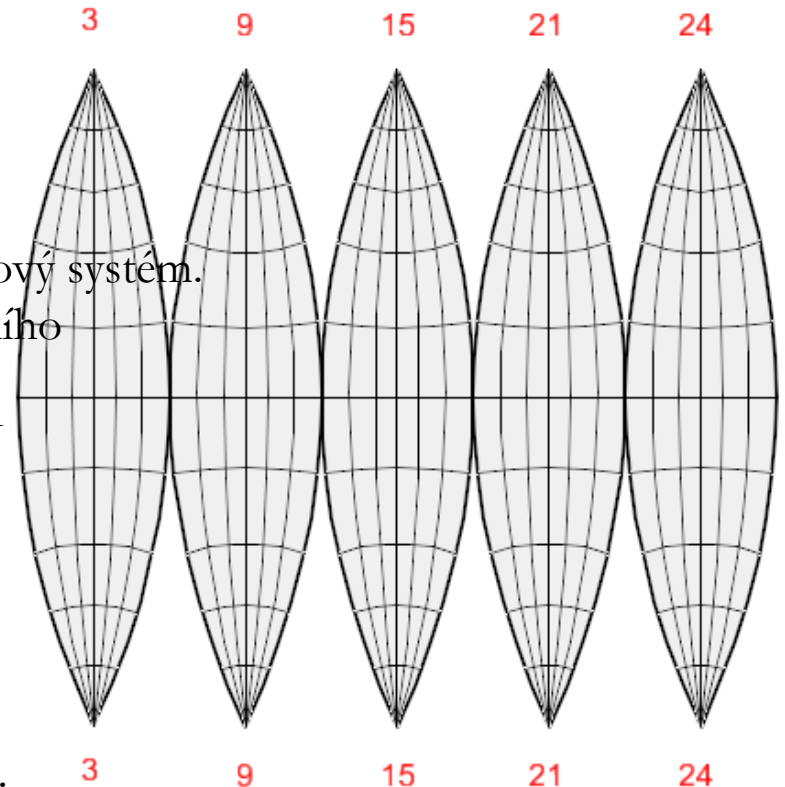


Souřadnicový systém:

- Každý pás má vlastní souřadnicový systém.
- Počátek: obraz rovníku a základního poledníku.
- Speciální orientace: $x \Rightarrow S$, $y \Rightarrow V$

Znaménka souřadnic x,y:

- $x > 0$: severní polokoule
- $x < 0$: jižní polokoule
- $y > 0$: vpravo od zákl. poledníku.
- $y < 0$: vlevo od základního poledníku.



37. Adiční konstanta Δy

Úpravy souřadnice y:

- 1) Aby souřadnice y byla vždy kladná, přičítáme k ní adiční konstantu $\Delta y = 500\text{km}$.
- 2) Aby bylo možno identifikovat pás, doplňujeme souřadnici číslem pásu (1-60).

$$y' = y + 500000 + \text{číslo}_\text{pásu}$$

Pokud:

- $y' > 500\,000$ bod vpravo od nezkresleného poledníku.
- $y' < 500\,000$ bod vlevo od nezkresleného poledníku.

Příklad:

$$x = 427\,359.45\text{m}$$

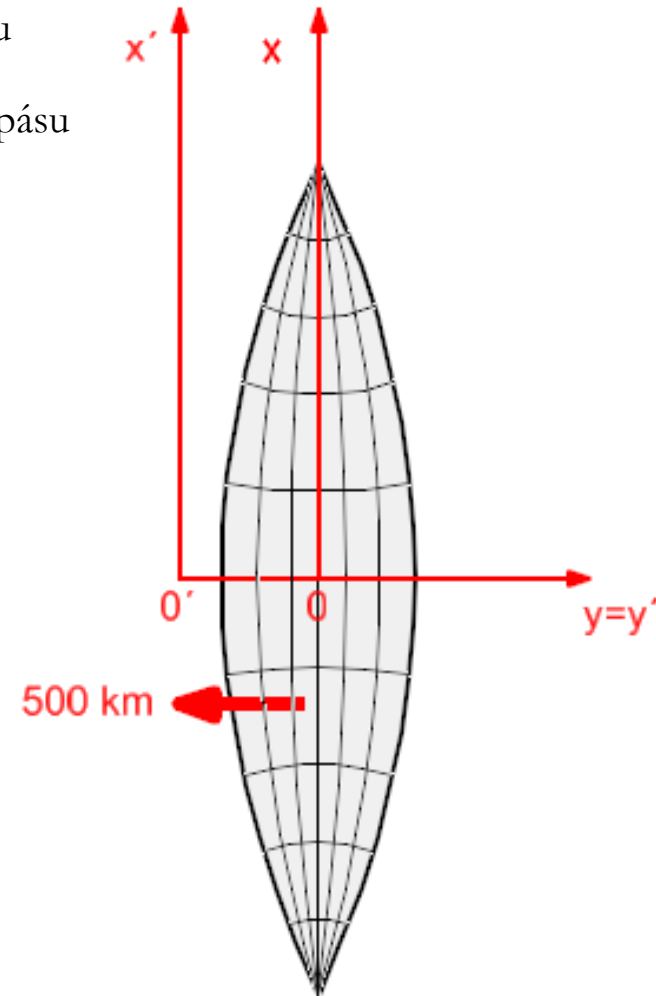
$$y = -123\,700\text{m}$$

4 pás

Určete souřadnici y'

$$y' = (-123\,700 + 500\,000) = 376\,300$$

$$y' = 376300 + 4 = 4\,376\,300\text{m}$$



38. Další vlastnosti Gaussova zobrazení

Délkové zkreslení:

- ❑ Roste s kvadrátem vzdálenosti od základního poledníku.
- ❑ Na okrajích 6° pásu 4x větší než u 3°.

$$m \doteq 1 + \frac{y^2}{2R^2} + \dots$$

$$m \doteq 0.9996 \left(1 + \frac{y^2}{2R^2} + \dots \right)$$

Šírky pásů:

Šířka 6° pásu na rovníku ($\varphi=0^\circ$) v Gaussově zobrazení: 667 km

Šířka 6° pásu na rovníku ($\varphi=50^\circ$) v Gaussově zobrazení: 429 km

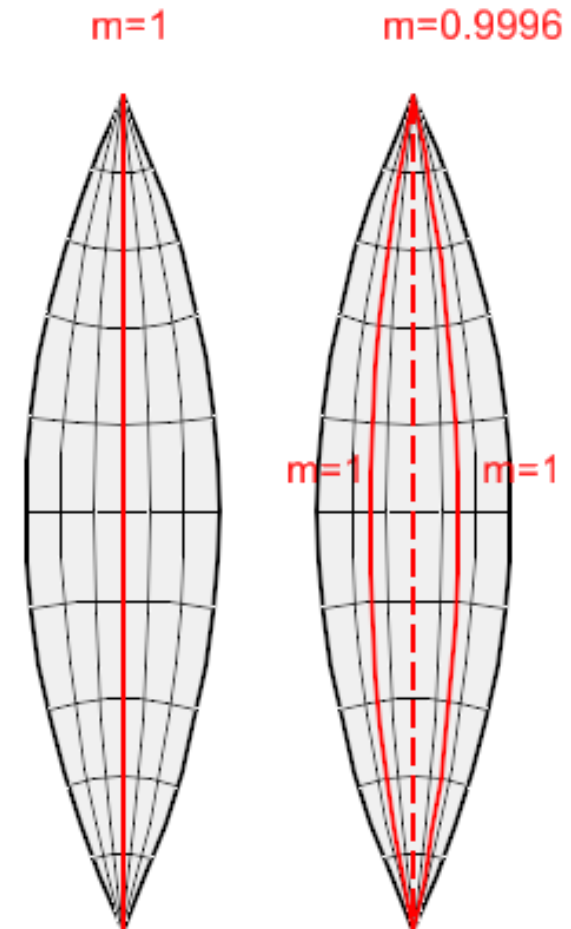
Šířka 3° pásu na rovníku ($\varphi=0^\circ$) v Gaussově zobrazení: 334 km

Délková zkreslení:

Na okraji 6° pásu v Gaussově zobrazení: 1.4m/km

Na okraji 3° pásu v Gaussově zobrazení: 34 cm/km

Na okraji 6° pásu v UTM zobrazení: 97cm/km



39. Meridiánová konvergence γ

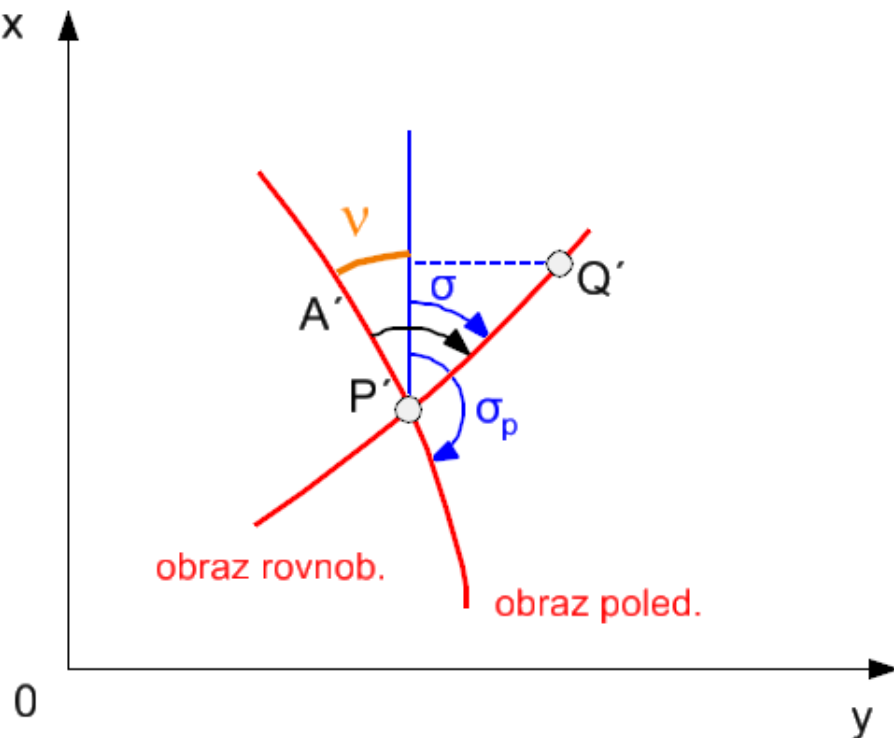
Meridiánová konvergence γ

- Důsledek sbíhavosti poledníků.
- Úhel, který svírá obraz místního poledníku v bodě s rovnoběžkou s osou x procházející tímto bodem.
- Hrana mapového listu nesměruje přímo severu, úhel se liší o meridiánovou konvergenci.
- Roste se vzdáleností od základního poledníku symetricky na obě strany

Přibližný vztah s přesností minut:

$$\text{tgc} \doteq \lambda \sin \varphi$$

V ČR přes 10°!!!



40. Převod $(X, Y) \Rightarrow (\varphi, \lambda)$

Parametry elipsoidu:

$k_0 = 0.9996$; //pro UTM, pro Gausse $k_0 = 1$

$M = y/k_0$;

$e = \sqrt{1 - b*b/(a*a)}$;

$\mu = (M/(a*(1 - \text{pow}(e,2)/4 - 3*\text{pow}(e,4)/64 - 5*\text{pow}(e,6)/256)))$;

$e_1 = (1 - \sqrt{1 - \text{pow}(e,2)})/(1 + \sqrt{1 - \text{pow}(e,2)})$;

Koeficienty J1-J4:

$J_1 = (3*e_1/2 - 27*\text{pow}(e_1,3)/32)$;

$J_2 = (21*\text{pow}(e_1,2)/16 - 55*\text{pow}(e_1,4)/32)$;

$J_3 = (151*\text{pow}(e_1,3)/96)$;

$J_4 = (1097*\text{pow}(e_1,4)/512)$;

$f_p = \mu + (J_1*\sin(2*\mu) + J_2*\sin(4*\mu) + J_3*\sin(6*\mu) + J_4*\sin(8*\mu))$;

41. Převod $(X, Y) \Rightarrow (\varphi, \lambda)$

Parametry elipsoidu 2:

$$e22 = \text{pow}(e*a/b, 2);$$

$$C1 = e22 * \text{pow}(\cos(fp), 2);$$

$$T1 = \text{pow}(\tan(fp), 2);$$

$$R1 = a * (1 - \text{pow}(e, 2)) / \text{pow}((1 - \text{pow}(e, 2)) * \text{pow}(\sin(fp), 2)), 1.5);$$

$$N1 = a / \text{sqrt}(1 - \text{pow}(e * \sin(fp), 2));$$

$$D = (500000 - x) / (N1 * k0);$$

Zeměpisná šířka:

$$Q1 = N1 * \tan(fp) / R1;$$

$$Q2 = \text{pow}(D, 2) / 2;$$

$$Q3 = (5 + 3 * T1 + 10 * C1 - 4 * \text{pow}(C1, 2) - 9 * e22) * \text{pow}(D, 4) / 24;$$

$$Q4 = (61 + 90 * T1 + 298 * C1 + 45 * \text{pow}(T1, 2) - 3 * \text{pow}(C1, 2) - 252 * e22) * \text{pow}(D, 6) / 720;$$

$$\text{lat} = (fp - (Q1 * (Q2 - Q3 + Q4))) * Ro;$$

42. Převod $(X, Y) \Rightarrow (\varphi, \lambda)$

Zeměpisná délka:

$$Q5 = D;$$

$$Q6 = (1 + 2*T1 + C1)*\text{pow}(D,3)/6;$$

$$Q7 = (5 - 2*C1 + 28*T1 - 3*\text{pow}(C1,2) + 8*e22 + 24*\text{pow}(T1,2))*\text{pow}(D,5)/120;$$

$$\text{lon} = 6*\text{zone}-183- ((Q5 - Q6 + Q7)/\cos(\text{fp}))*R_0;$$

Vysvětlivky:

zone číslo pásu

X souřadnice bodu v rovině

Y souřadnice bodu v rovině (bez čísla pásu)

k0 koeficient 0.9996 (pro Gaussovo zobrazení =1, M=y)

Poznámka:

Přesnost převodu 1"

Převodní vzorce platí pro libovolný elipsoid

43. Převod $(\varphi, \lambda) \Rightarrow (x, y)$

Parametry elipsoidu:

$k_0 = 0.9996;$

$zone = \text{int}(\text{lon}/6) + 31;$

$\text{lon}_0 = 6 * zone - 183;$

$n = (a - b) / (a + b);$

$e = \sqrt{1 - b^2 / (a^2)};$

$e^2 = \text{pow}(e, 2);$

$\mu = a / \sqrt{1 - \text{pow}(e, 2) * \text{pow}(\sin(\text{lat} / R_0), 2)};$

$p = (\text{lon} - \text{lon}_0) * 3600 / 10000;$

44. Převod $(\varphi, \lambda) \Rightarrow (x, y)$

Zprostředkující hodnoty:

$$AA = a*(1 - n + 5.0/4*pow(n,2) - pow(n,3) + 81.0/64*pow(n,4) - pow(n,5));$$

$$BB = (3*a*n/2)*(1 - n + (7/8)*(pow(n,2) - pow(n,3)) + (55/64)*(pow(n,4) - pow(n,5)));$$

$$CC = (15*a*pow(n,2)/16)*(1 - n + (3/4)*(pow(n,2) - pow(n,3)));$$

$$DD = (35*a*pow(n,3)/48)*(1 - n + (11/16)*(pow(n,2) - pow(n,3)));$$

$$EE = (315*a*pow(n,4)/51)*(1 - n);$$

$$S = AA*lat/Ro - BB*sin(2*lat/Ro) + CC*sin(4*lat/Ro) - DD*sin(6*lat/Ro) + EE*sin(8*lat/Ro);$$

$$M = a*((1 - pow(e,2)/4 - 3*pow(e,4)/64 - 5*pow(e,6)/256)*lat - (3*pow(e,2)/8 + 3*pow(e,4)/32 + 45*pow(e,6)/1024)*sin(2*lat) + (15*pow(e,4)/256 + 45*pow(e,6)/1024)*sin(4*lat) - 35*pow(e,6)/3072*sin(6*lat));$$

45. Převod $(\varphi, \lambda) \Rightarrow (x, y)$

Řešení zobrazovacích rovnic:

$$K1 = S * k0,$$

$$K2 = \mu * k0 * \sin(\text{lat}/R_0) * \cos(\text{lat}/R_0) * \text{pow}(\sin(1.0/3600/R_0), 2) / 2 * 1000000000 ;$$

$$K3 = \mu * (k0 * \text{pow}(\sin(1.0/3600/R_0), 4) * \sin(\text{lat}/R_0) * \text{pow}(\cos(\text{lat}/R_0), 3) / 24) * (5 - \text{pow}(\tan(\text{lat}/R_0), 2) + 9 * e22 * \text{pow}(\cos(\text{lat}/R_0), 2) + 4 * e22 * e22 * \text{pow}(\cos(\text{lat}/R_0), 4))) * 10\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 ;$$

$$K4 = k0 * \sin(1/R_0/3600) * \mu * \cos(\text{lat}/R_0) * 10000 ;$$

$$K5 = (k0 * \text{pow}(\sin(1/R_0/3600), 3) * \mu * \text{pow}(\cos(\text{lat}/R_0), 3) / 6) * (1 - \text{pow}(\tan(\text{lat}/R_0), 2) + e22 * \text{pow}(\cos(\text{lat}/R_0), 2))) * 1\ 000\ 000\ 000\ 000 ;$$

$$y = K1 + K2 * \text{pow}(p, 2) + K3 * \text{pow}(p, 4) ;$$

$$x = 500\ 000 + K4 * p + K5 * \text{pow}(p, 3) ;$$

46. Převod $(\varphi, \lambda) \Rightarrow (x, y)$

Vysvětlivky:

φ	zeměpisná šířka bodu na elipsoidu
λ	Zeměpisná délka bodu na elipsoidu
X	souřadnice bodu v rovině
Y	souřadnice bodu v rovině (bez čísla pásu)
K0	koeficient 0.9996 (pro Gaussovo zobrazení =1)

Poznámka:

Přesnost převodu 1 cm

Převodní vzorce platí pro libovolný elipsoid