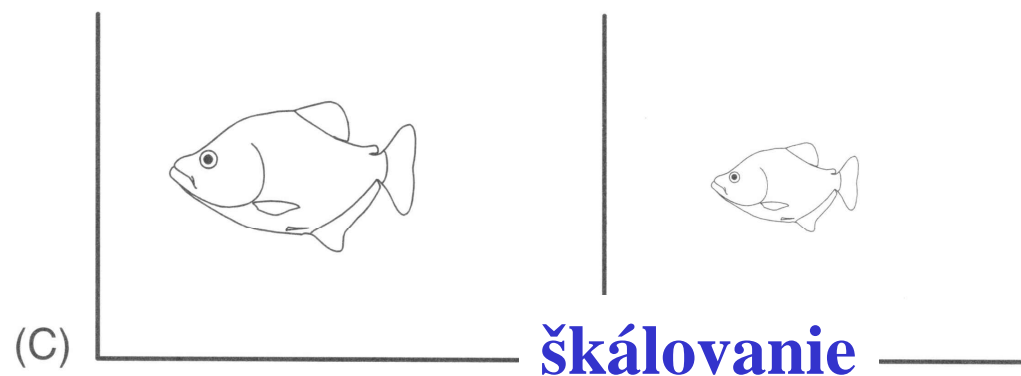
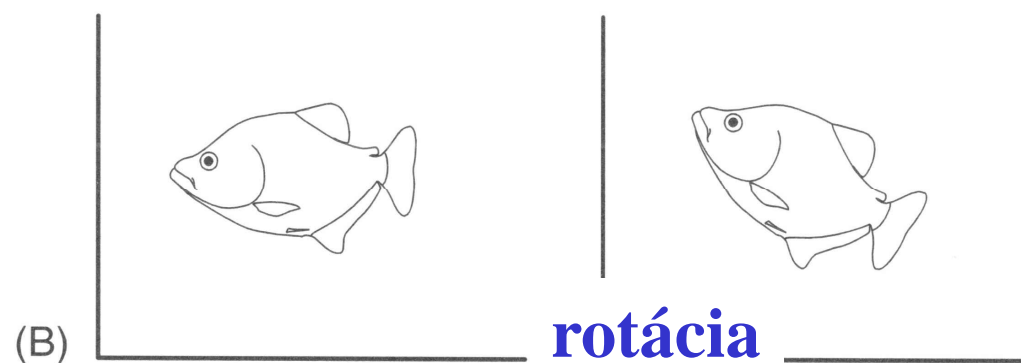
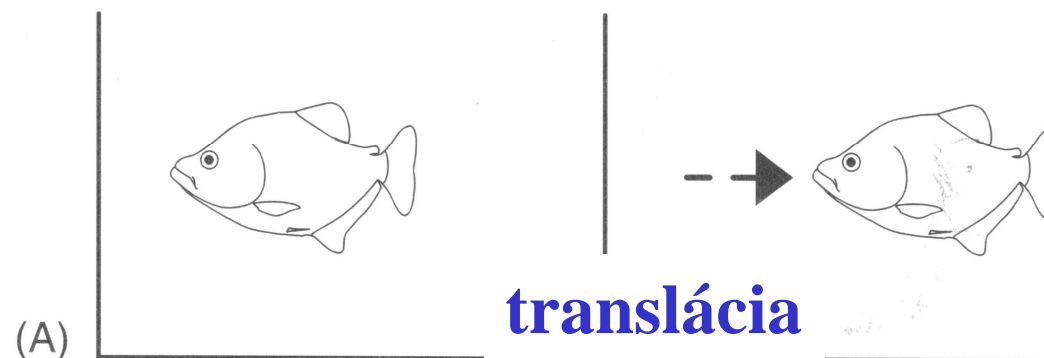


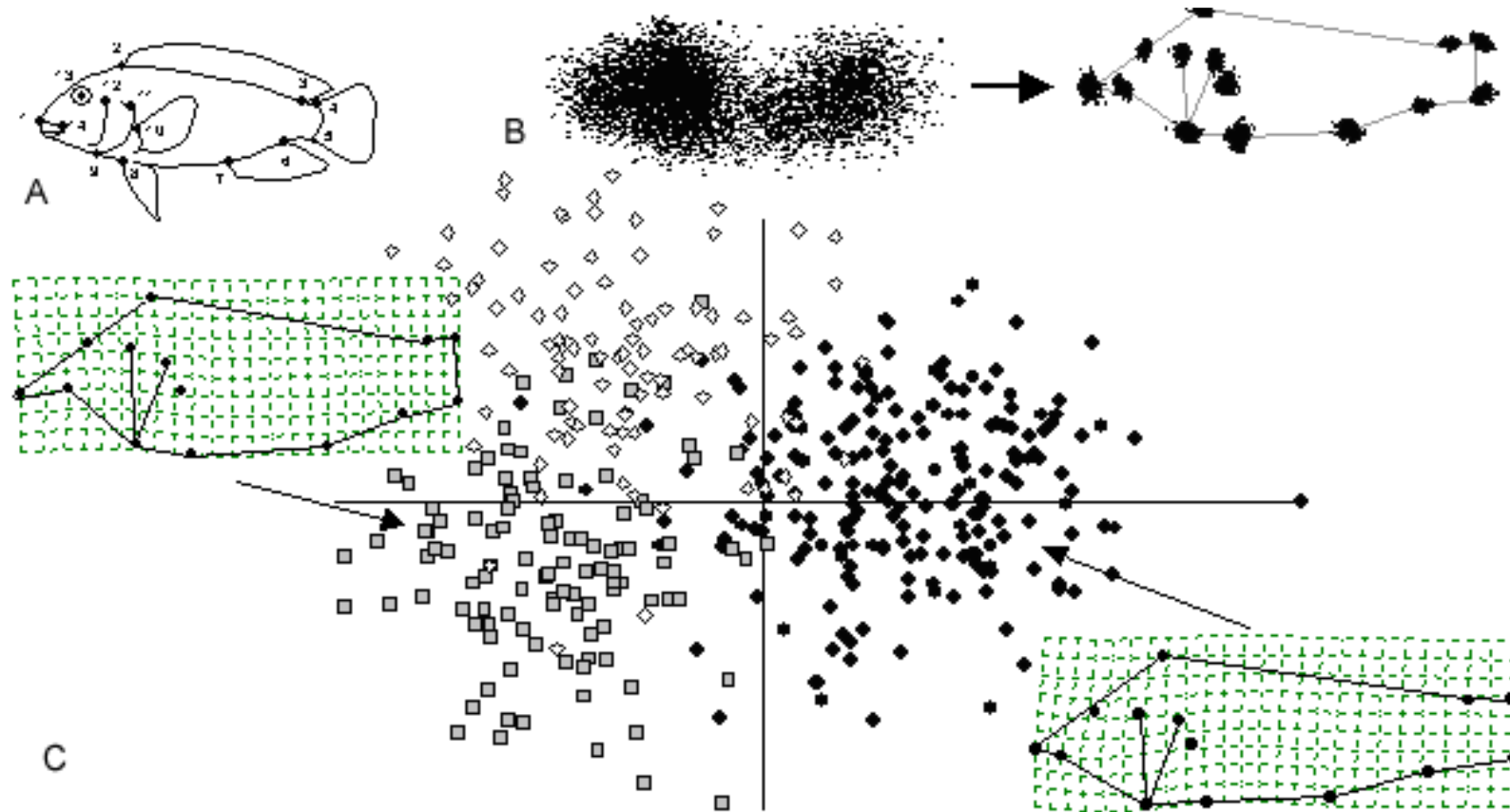
# Geometrická morfometrika (nová morfometrika)

## Tvar (shape):

Shape is all the geometrical information that remains when **location**, **scale** and **rotational** effects are filtered out from an object

David Kendall 1977

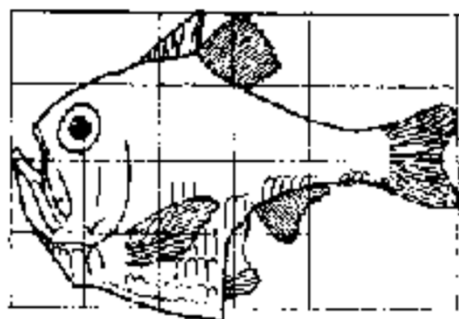




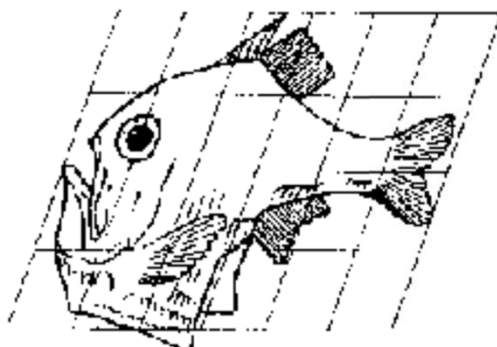
Graphical representation of the four-step morphometric protocol. A: Quantify raw data (landmarks recorded on body of cichlid fish), B: Remove non-shape variation (landmarks of 412 specimens before and after GPA), C: statistical analysis (CVA) and graphical presentation of results. Deformation grids for mean specimen for (right) *Eretmodus cyanostictus* and (left) *Spathodus erythrodon* (magnified by 3X to emphasize shape differences). Data from Rüber and Adams, 2001.

**Adams D. C. et al., 2004, Ital. J. Zool. 71: 5-16.**

# Geometrická morfometrika

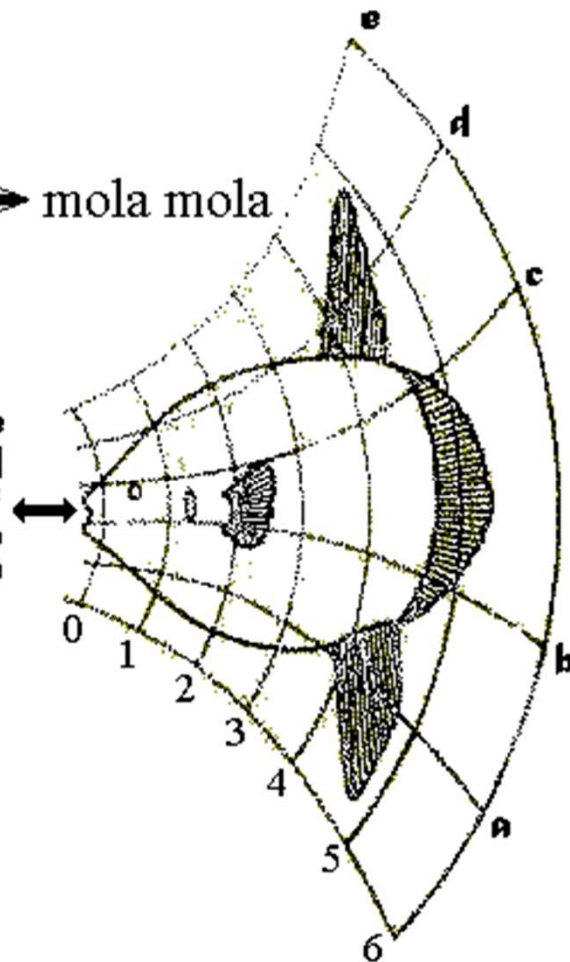
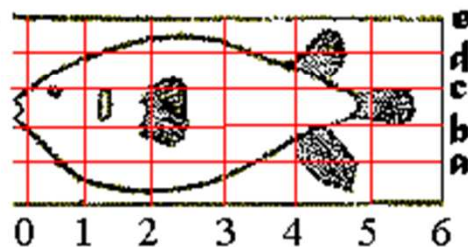


*Argyropelecus olfersi.*



*Sternoptyx diaphana.*

puffer  $\longleftrightarrow$  mola mola



## Analýza tvaru

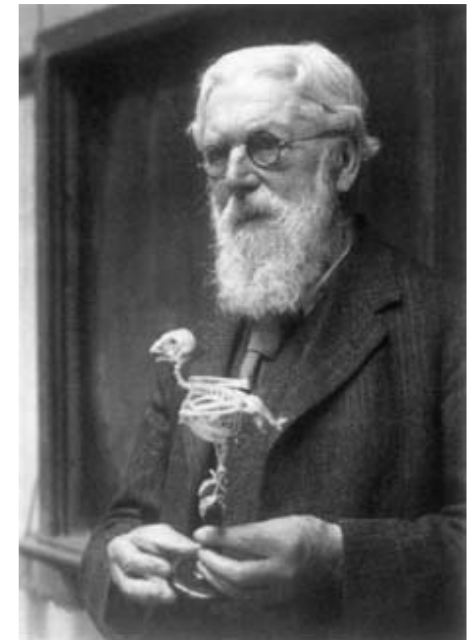
Thompson, A. W. 1917. *On growth and form.*  
Cambridge University Press, Cambridge.

# D'Arcy Wentworth Thompson

\* 2. 5. 1860 in Edinburgh, Scotland

+ 21. 6. 1948 in St Andrews, Fife, Scotland

[http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Thompson\\_D'Arcy.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Thompson_D'Arcy.html)



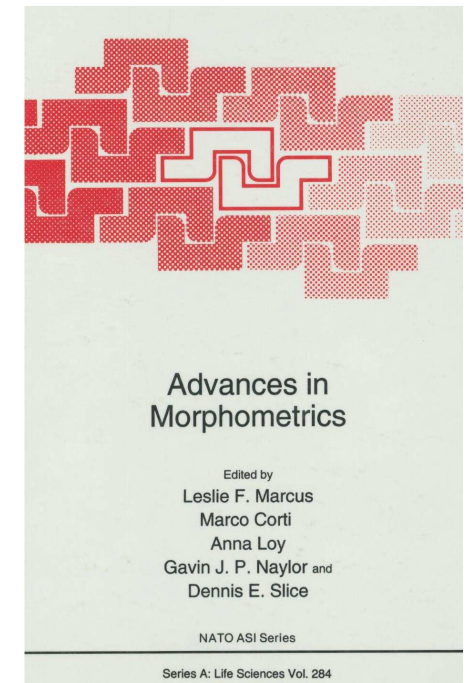
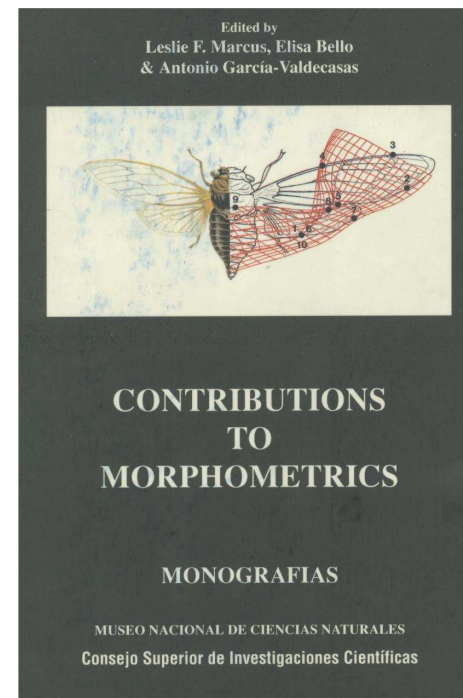
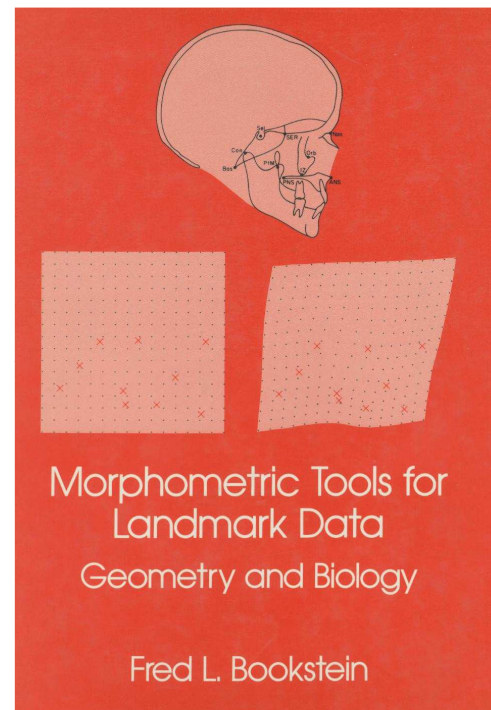
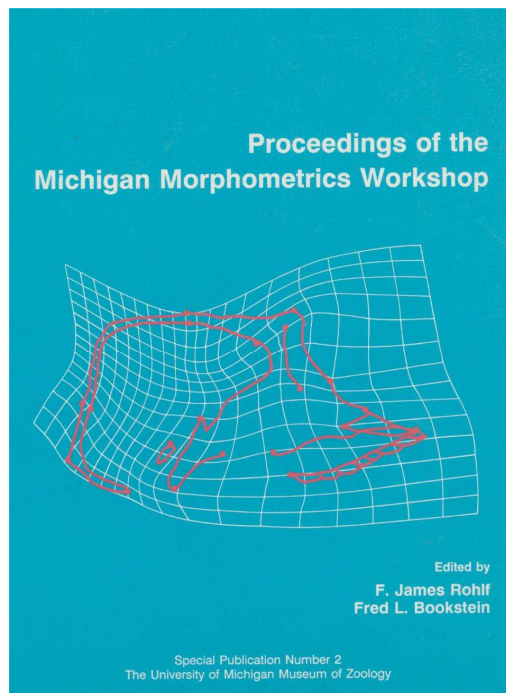


Rohlf, F.J. & Bookstein, F.L., eds., 1990. Proceedings of the Michigan morphometric workshop. *Special Publ. No. 2, The University of Michigan Museum of Zoology*. [Blue book]

Bookstein, F.L. 1991. *Morphometric tools for landmark data: geometry and biology*. Cambridge University Press, New York. [Red book]

Marcus, L.F., Bello, E. & García-Valdecasas, A., eds., 1993. *Contributions to morphometrics*. Museo Nacional de Ciencias Naturales, Madrid. [Black book]

Marcus, L.F., Corti, M., Loy, A., Naylor, G.J.P. & Slice, D.E., eds., 1996. *Advances in morphometrics. NATO ASI Series A: Life Sciences 284*. [White book]



Dryden, I. L. & Mardia, K. V. 1998. *Statistical shape analysis*. John Wiley & Sons, Chichester, etc.

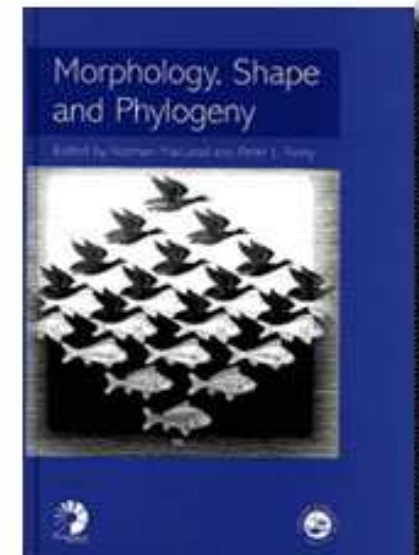
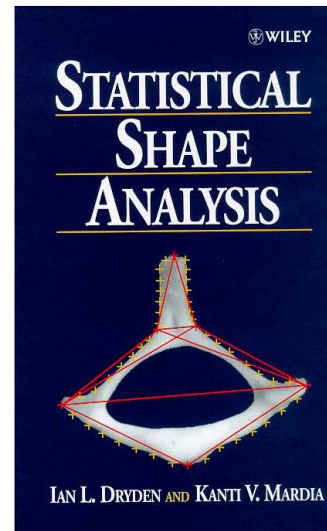
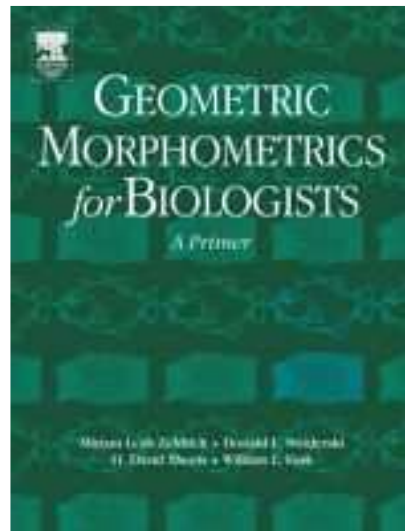
MacLeod, N. 2001. Landmarks, localization, and the use of morphometrics in phylogenetic analysis. *In* Edgecombe, G., Adrain, J. and Lieberman, B. (ed.). *Fossils, phylogeny, and form: an analytical approach*. Kluwer Academic/Plenum, New York, pp. 197–233.

<http://www.nhm.ac.uk/palaeontology/a&ss/nm/nm.html>

Macleod, N. & Forey, P. 2002. *Morphology, shape and phylogeny*. Taylor and Francis, London, New York.

Zelditch, M. L., Swiderski, D. L., Sheets, H. D. & Fink, W. L. 2004. *Geometric morphometrics for biologists*. Elsevier / Academic Press, Amsterdam, etc.

Macholán, M. 1999. Prokrustes, deformace a nová morfometrie. *Vesmír* 78: 35-39.



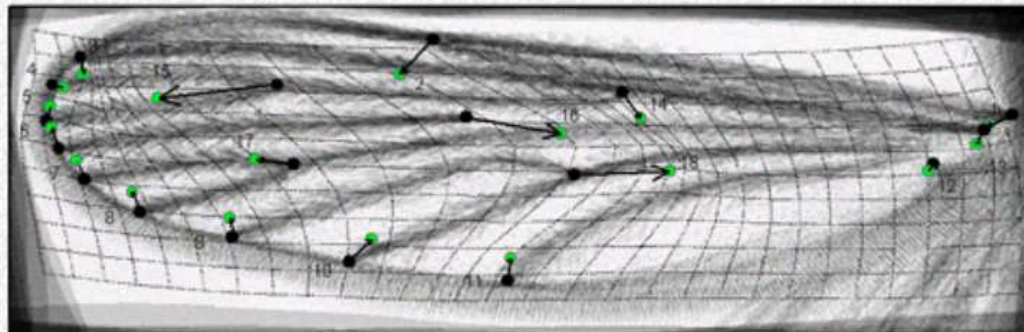
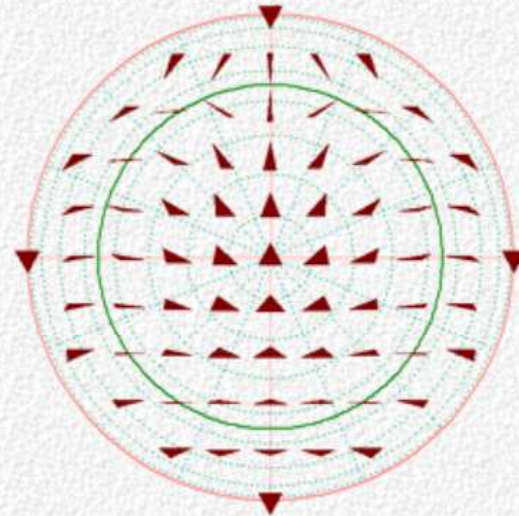


# SB Morphometrics

(Was the site at [life2.bio.sunysb.edu/morph](http://life2.bio.sunysb.edu/morph))

## Contents:

- [Meetings, workshops, courses, etc.](#) **NEW**
- [Software](#)
- [Data](#)
- [Bibliography](#)
- [Glossary](#)
- [People](#)
- [Hardware](#)
- [Other sites](#)
- [Archive of meetings, workshops & courses](#)
- [Home](#)



<https://www.sbmorphometrics.org/>



# SB Morphometrics

(Was the site at [life2.bio.sunysb.edu/morph](http://life2.bio.sunysb.edu/morph))

## Software:

- [Data acquisition](#)
- [Shape coordinates](#)
- [Superimposition](#)
- [Thin-plate spline](#)
- [Multivariate analysis](#)
- [Utility programs](#)
- [Comprehensive software](#)
- [Software for R](#)
- [Software for Mathematica](#)
- [3D software](#)
- [Outlines](#)
- [Tutorial](#)
- [Software from workshops](#)
- [Home](#)

## Morphometric software

The purpose of this directory is to make available programs useful for morphometric analysis. Contributions of additional software are welcome. Contact us with suggestions for improvements and with additional contributions to the morphmet archive. Click on the categories in the contents window (at the left) to obtain lists of available software. The platform required by each program (e.g., DOS, Windows, Mac, Unix) is indicated in **red** for each program. Note: Windows programs can sometimes be run using emulators on other platforms (e.g., Wine on Linux or Connectix Virtual PC on a Mac).

Would you like to have your software listed? Please send me an [e-mail](#) . .

## Notes on downloading files

WWW browsers such as Netscape or Internet Explorer can download these files. Dates indicate the date of the last upload of the file to this server. For some programs there is a link to the *readme* file which may be selected to get additional information about the software.

There are also links to websites and directories on other servers (such as the anonymous FTP edgewarp directory on Bookstein's server. If you select an FTP site then a directory will be displayed from which you can select files to download via FTP. No dates are furnished with these entries since they can be updated independently.

- Files with types of "exe" are self-extracting archive files for the IBM PC.
- Files with a type of "zip" are IBM PC ZIP files that require the PKUNZIP, Winzip, or equivalent program to unpack.
- Note: DPMS = a DOS protected mode program that does not have the 640K limitation. Requires computer using 80386 or better CPU and appropriate software. These programs are less common because Windows provides the same function in a standard way.

---

Note: Any opinions, findings, and conclusions or recommendations expressed in this material are those of the author(s) and



# SB Morphometrics

(Was the site at [life2.bio.sunysb.edu/morph](http://life2.bio.sunysb.edu/morph))

## Contents:

- [Meetings, workshops, courses, etc.](#) 
- [Software](#)
- [Data](#)
- [Bibliography](#)
- [Glossary](#)
- [People](#)
- [Hardware](#)
- [Other sites](#)
- [Archive of meetings, workshops & courses](#)
- [Home](#)



## Publications

### Publications relevant to geometric morphometrics.

<a href="#">Review</a>	A general review of the field of geometric morphometrics in late 2002. By Adams, Rohlf, and Slice.
<a href="#">Books</a>	A list of books, workshop proceedings, and similar documents concerned with geometric morphometrics.
<a href="#">Multivariate primer</a>	A contribution by Richard Reyment containing a "Multivariate Statistical Primer for Geologists."
<a href="#">Glossary for morphometrics</a>	A glossary of morphometric terms. It is based on the glossary in the NATO volume ("white book") by Marcus et al. (1996).
<a href="#">PalaeoMath</a>	Newsletters that include introductory descriptions of geometric morphometrics and some of the statistical methods used. In both html and PDF formats. in By Norm MacLeod.
<a href="#">Fish Geometric Morphometrics</a>	References on Fish Geometric Morphometrics. Available in <a href="#">HTML format</a> . By Mauro J. Cavalcanti.
<a href="#">Bibliography</a>	An extensive morphometric bibliography is now available agin at <a href="http://darwin.bc.asu.edu/refbase/">http://darwin.bc.asu.edu/refbase/</a> . You will need to register and create a userid before you can use the site. The website allows searching, exporting (in various formats), and adding new references. The site is maintained by <a href="#">John Lynch</a> .

This page was updated on 06-Oct-20 by F. James Rohlf



# SB Morphometrics

(Was the site at [life2.bio.sunysb.edu/morph](http://life2.bio.sunysb.edu/morph))

## Contents:

• [Meetings, workshops, courses, etc.](#) 

• [Software](#)

• [Data](#)

• [Bibliography](#)

• [Glossary](#)

• [People](#)

• [Hardware](#)

• [Other sites](#)

• [Archive of meetings, workshops & courses](#)

• [Home](#)



## A Glossary for Geometric Morphometrics

Dennis E. Slice

Department of Ecology and Evolution

State University of New York at Stony Brook, Stony Brook, NY 11794-5245

e-mail: [e-mail](#)

Fred L. Bookstein

Institute of Gerontology

University of Michigan, Ann Arbor, MI 48109-2007

e-mail: [e-mail](#)

Leslie F. Marcus†

F. James Rohlf

Department of Ecology and Evolution

State University of New York at Stony Brook, Stony Brook, NY 11794-5245

[e-mail](#)

This glossary provides definitions for terms, concepts, and methods frequently encountered in morphometric literature and discussions. It includes entries for technical terms with more-or-less special meaning in shape analysis and biological morphometrics (e.g., preshape, warps, anisotropy) and some of the casual jargon that may be completely foreign to newcomers to the field (e.g., books of various color - Red, Blue, Orange, and Black). Many definitions provide the general idea behind each entry instead of a technically or mathematically rigorous treatment. As such, they are intended to give



**Význačné body (*landmarks*)**

**Booksteinove súradnice tvaru (*Bookstein shape coordinates*)**

**Prokrustova analýza**

**Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)**

**Obrysová analýza**

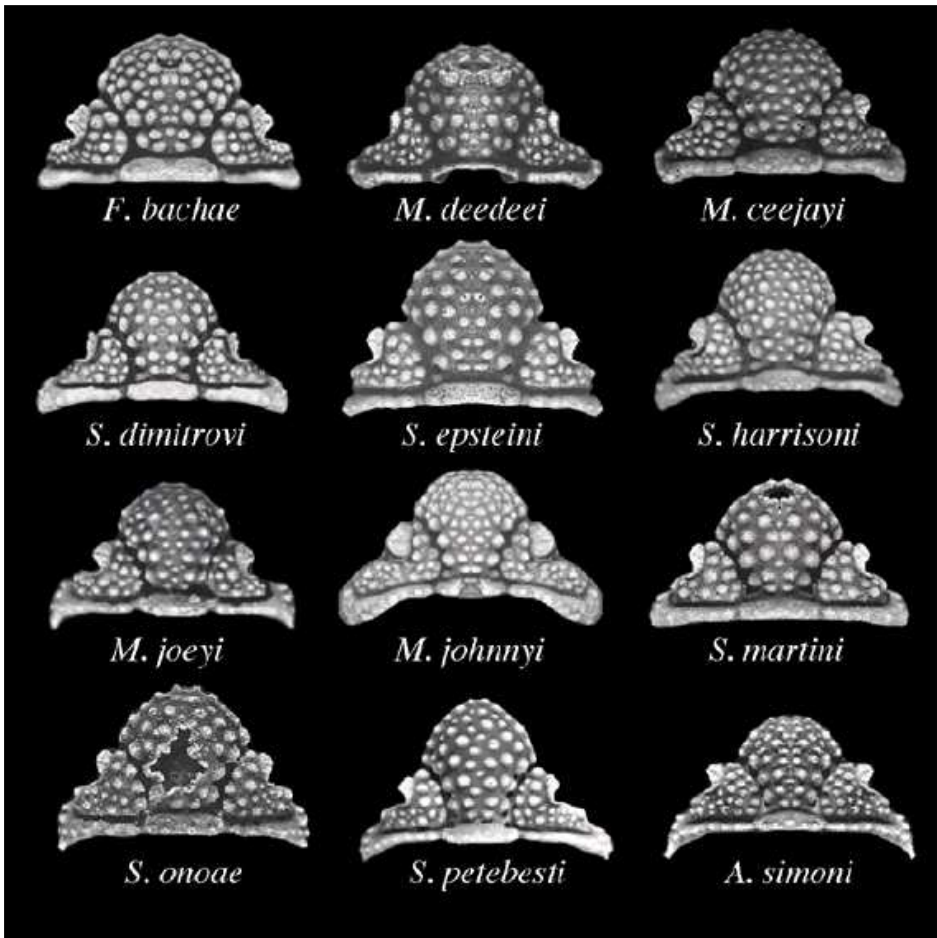
# Geometrická morfometrika

## Význačné body (*landmarks*)

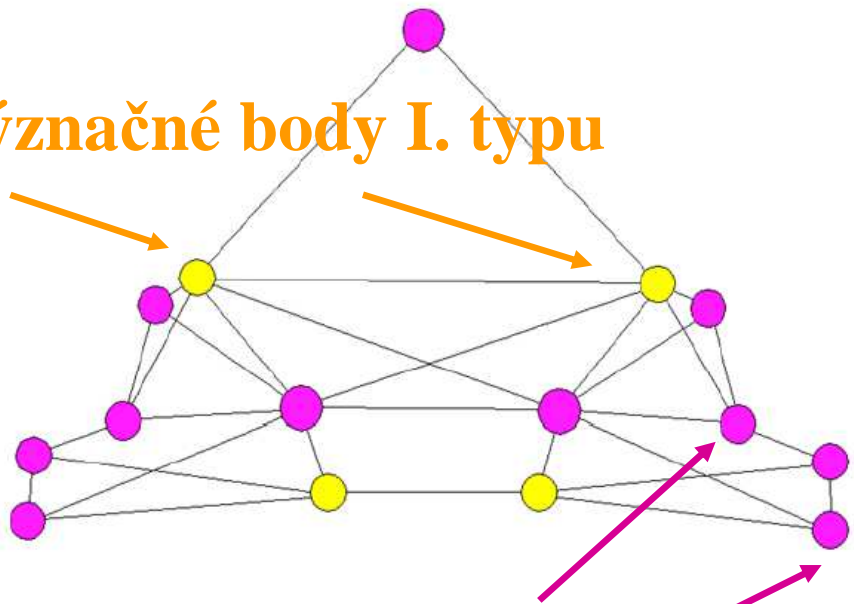
**Význačné body I. typu** predstavujú body na organizme, ktorých homológia medzi rôznymi jedincami toho istého taxónu alebo rôznych taxónov je dostatočne preukazne podporená na histologickej úrovni

**Význačné body II. typu** sú body, ktorých homológia je podporená iba geometricky, nie však histologicky

**Význačné body III. typu** (tzv. *pseudolandmarks*, *semilandmarks*) predstavujú napr. body na koncoch orgánu, štruktúry alebo organizmu



význačné body I. typu



význačné body II. typu

Antro-Median Point

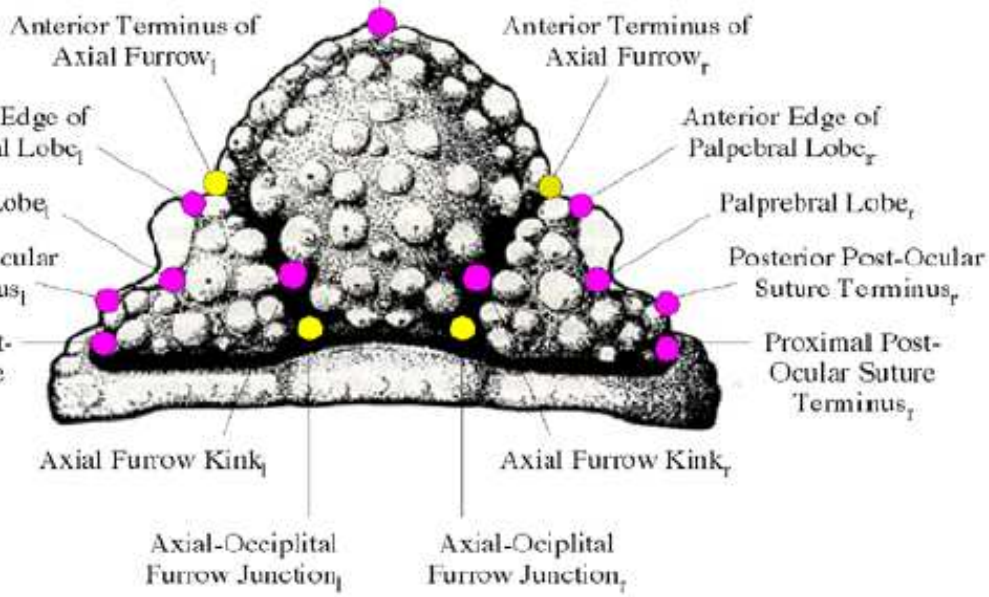
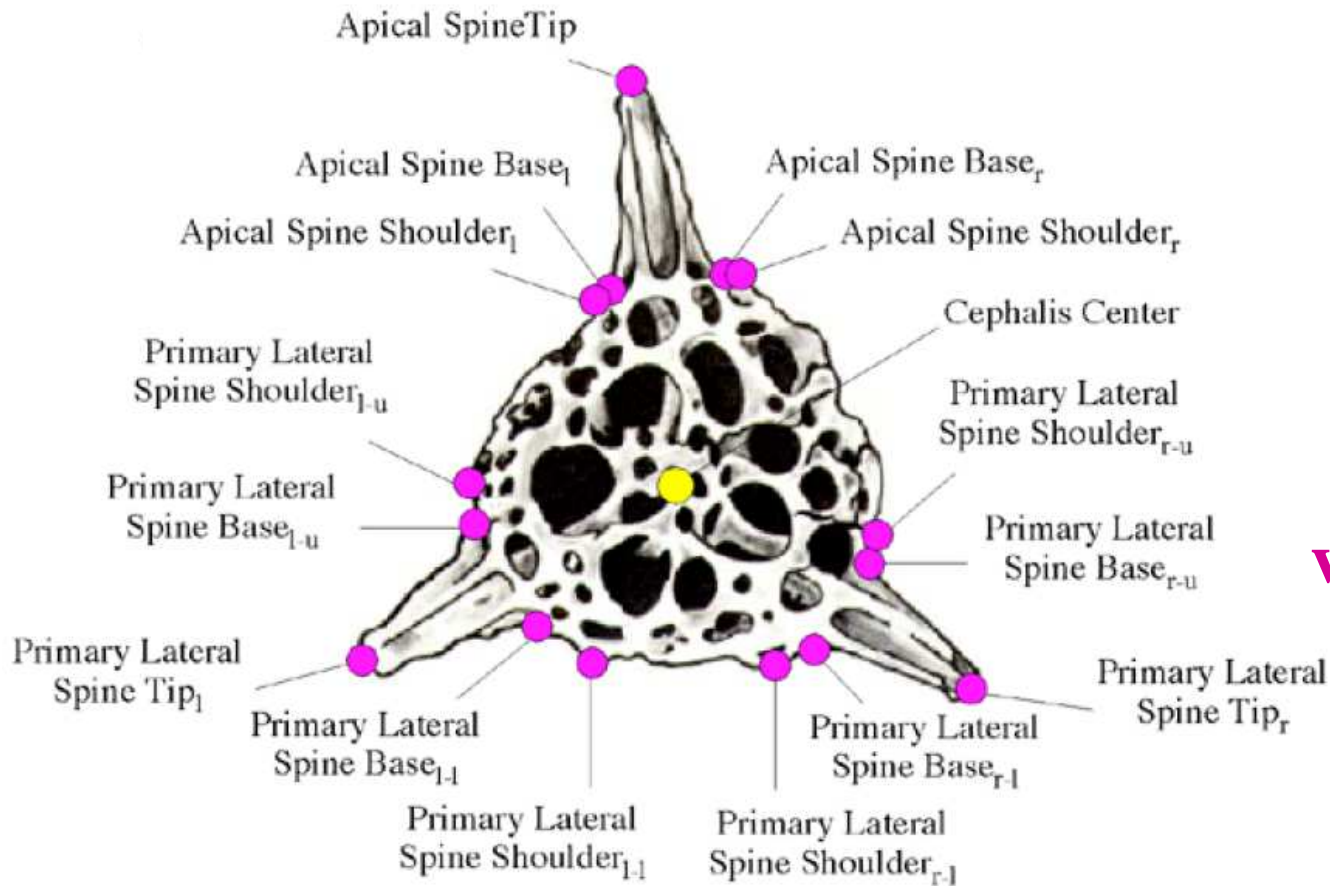


Figure 1. Representative trilobite cranidia from species in the genera *Struszia*, *Mackenziurus*, *Avalanchurus*, and *Fammia*.

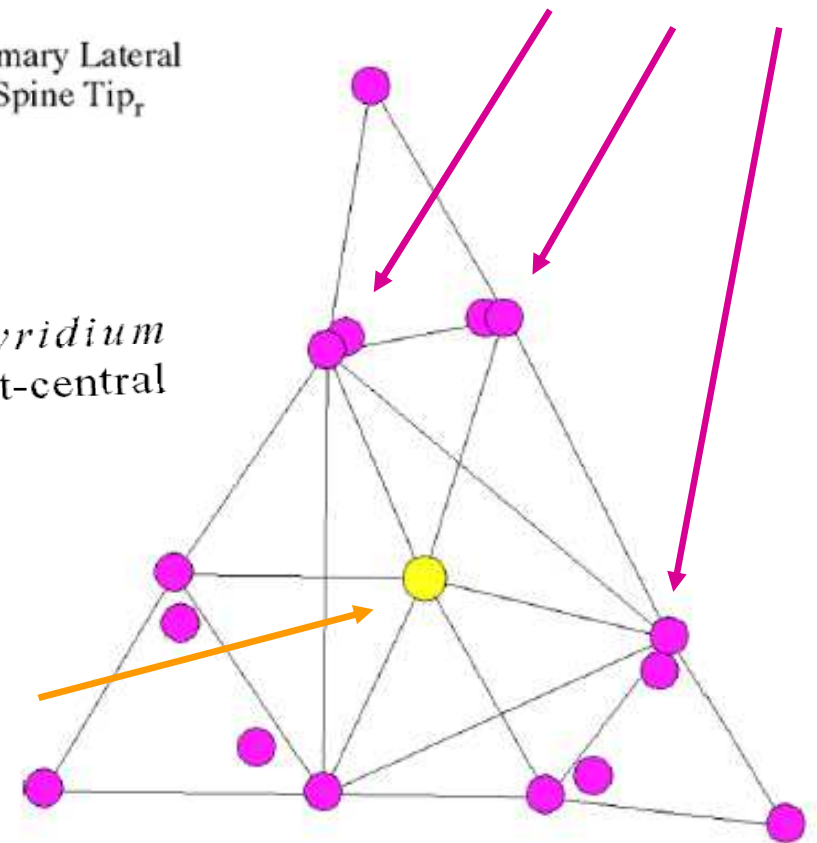
Adrain, JM, and Edgecombe, GD. Silurian encrinurine trilobites from the central Canadian Arctic. *Palaeontographica Canadiana* 1997;14:1—109.



**význačné body II. typu**

MacLeod, N. Lower and Middle Jurassic *Perispyridium* (Radiolaria) from the Snowshoe Formation, east-central Oregon. *Micropaleontology* 1988;34:289—315.

**význačný bod III. typu**



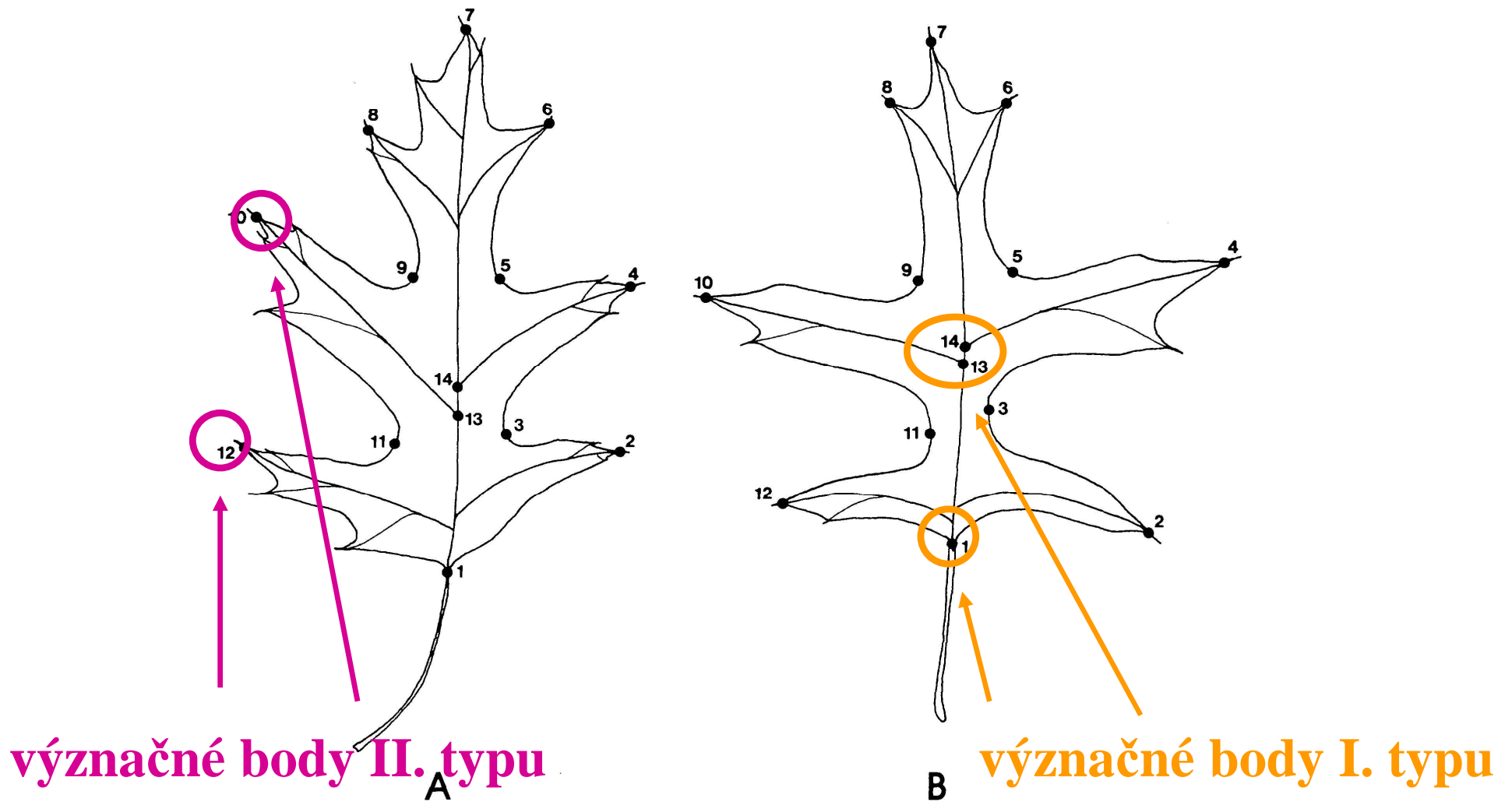


Fig. 1. Leaves of (a) black oak and (b) pin oak illustrating the landmarks chosen for analysis.

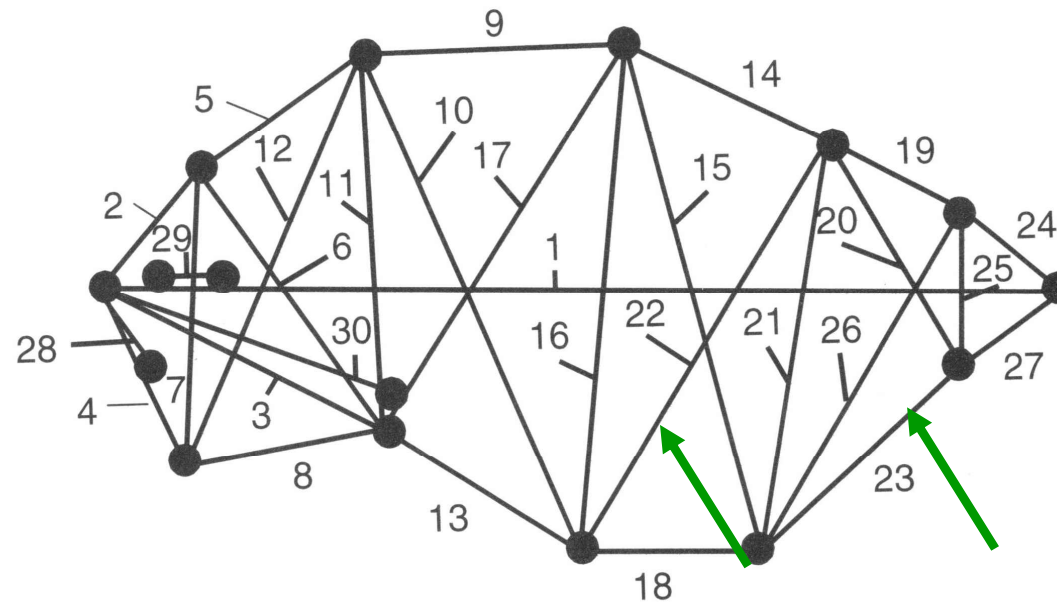
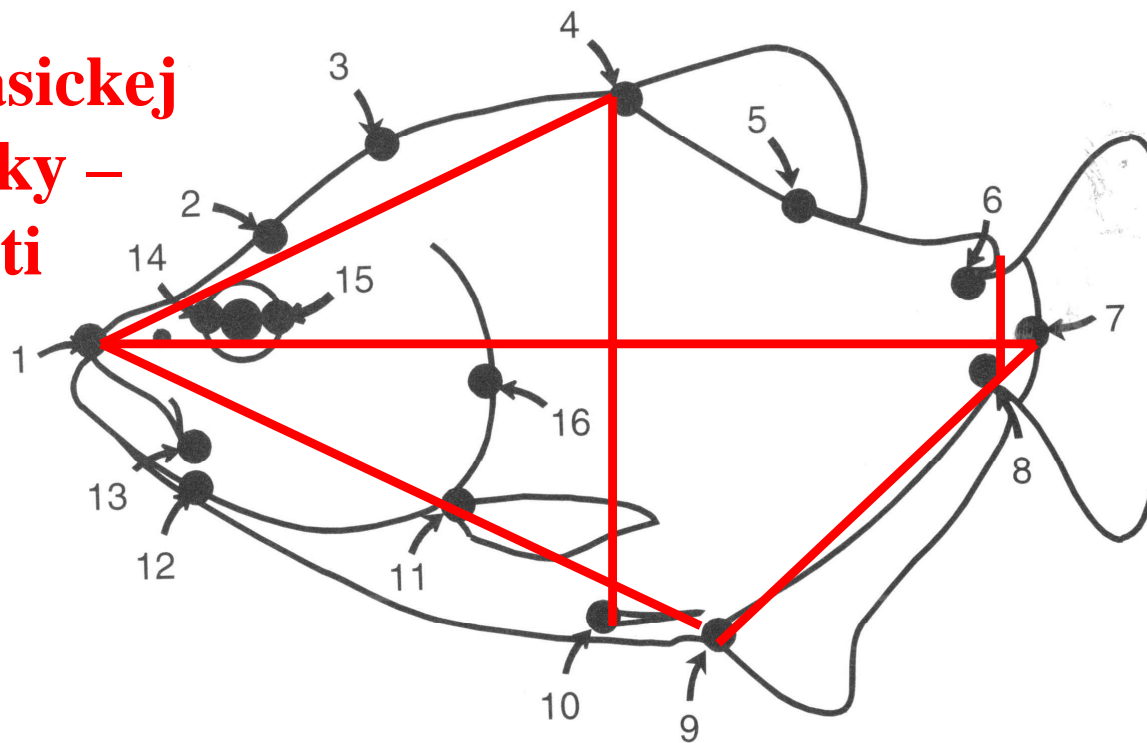
Amer. J. Bot. 77(10): 1279–1293. 1990.

DETECTING SHAPE VARIATION IN OAK LEAF MORPHOLOGY:  
A COMPARISON OF ROTATIONAL-FIT METHODS<sup>1</sup>

RICHARD J. JENSEN

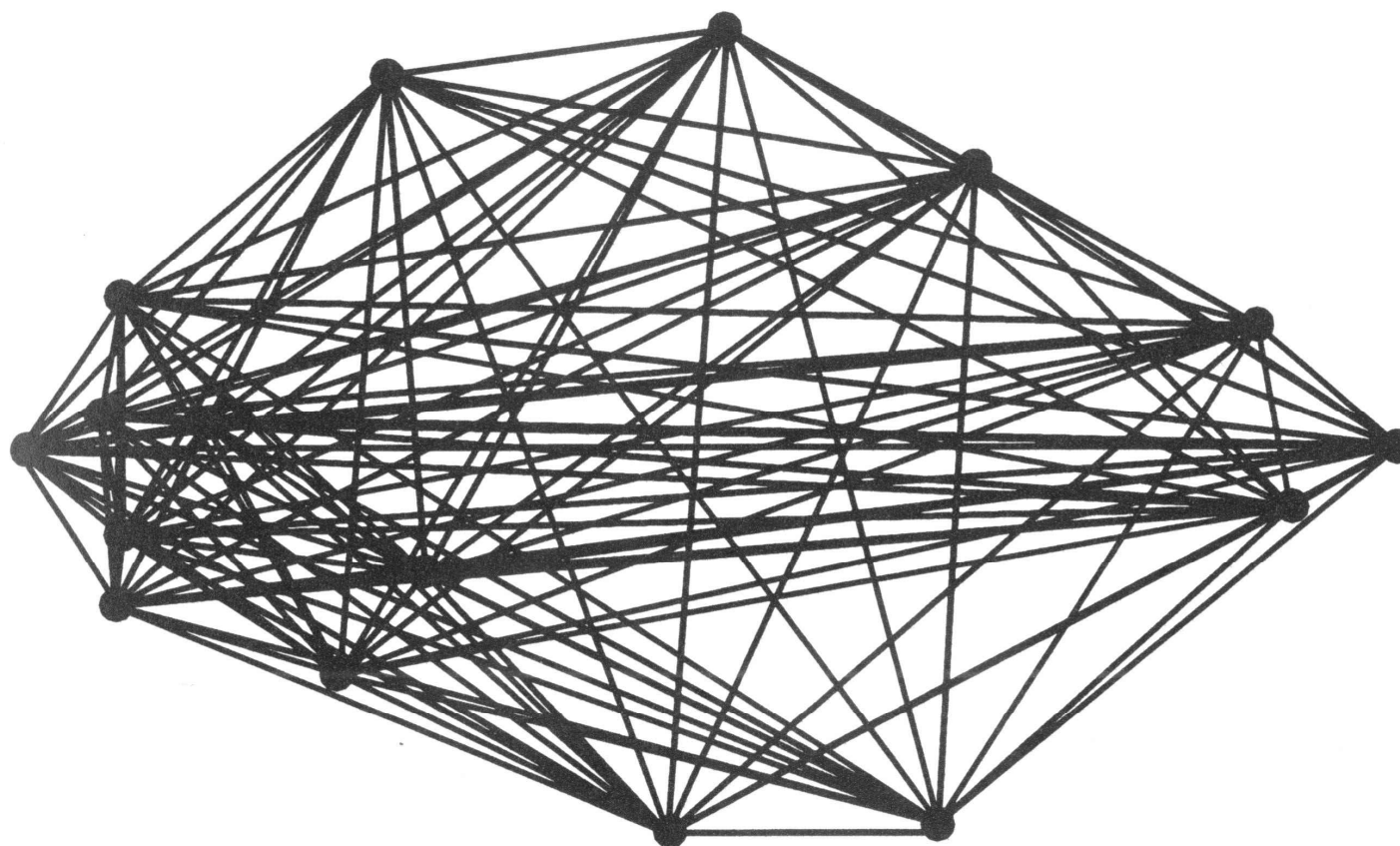
Department of Biology, Saint Mary's College, Notre Dame, Indiana 46556

**merania klasickej  
morfometriky –  
- vzdialenosti**



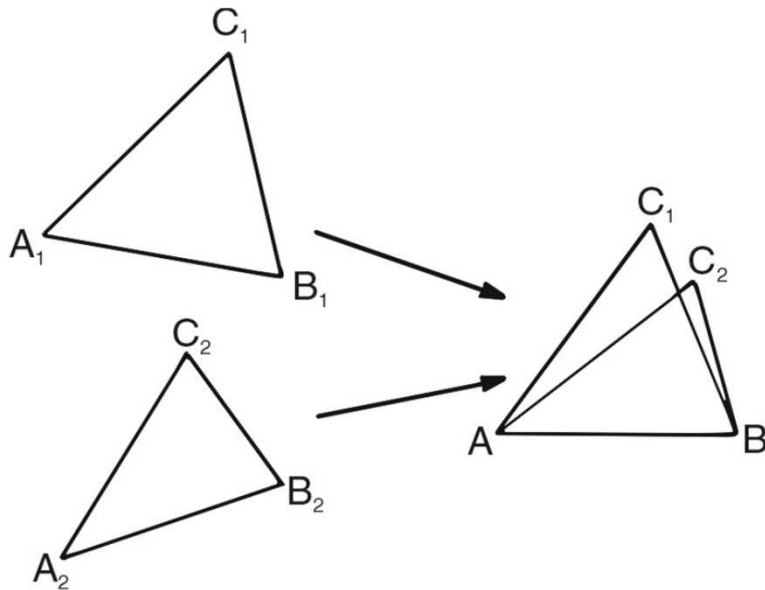
**truss-y – nosníky**  
Strauss &  
Bookstein 1982



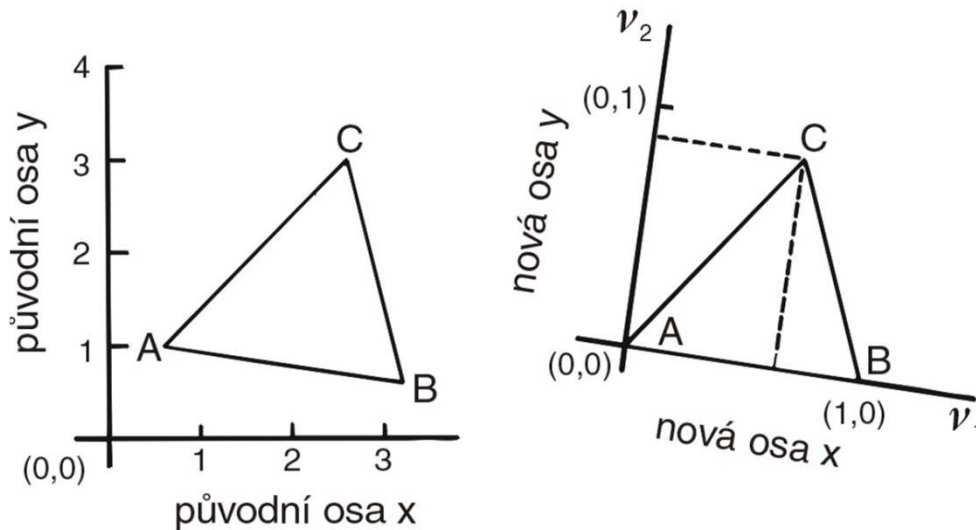


vzdialenosti medzi všetkými homologickými bodmi  
– 120 meraní – nepraktická alternatíva

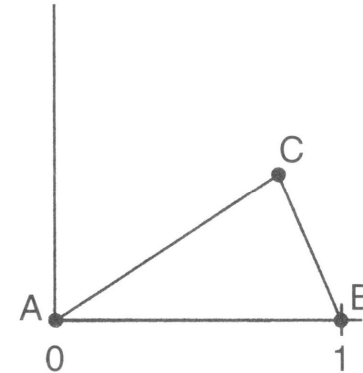
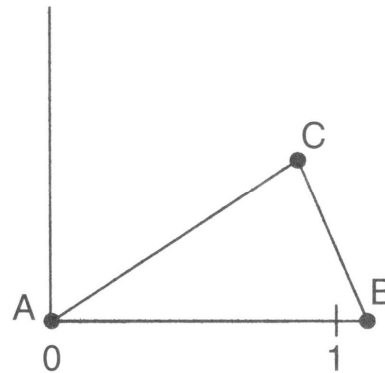
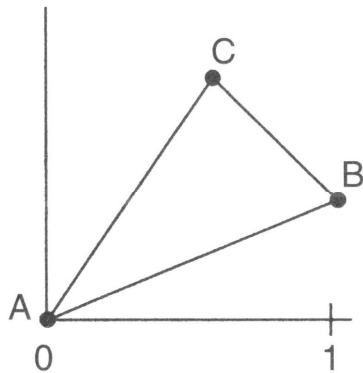
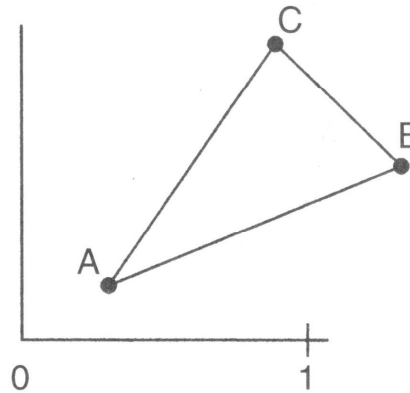
# Priame porovnanie súradníc význačných bodov pomocou tzv. Booksteinových súradníc tvaru (*Bookstein shape coordinates*)



Pre každý objekt s  $p$  význačnými bodmi, ktorých súradnice boli zaznamenané na ploche, získame  $2(p - 2)$  hodnôt, ktoré môžeme ďalej hodnotiť pomocou mnohorozmerných metód



# výpočet súradníc bodu C v novom systéme koordinát

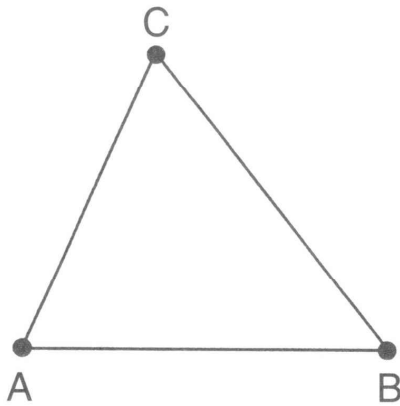


→ 
$$SC_x = \frac{(B_x - A_x)(C_x - A_x) + (B_y - A_y)(C_y - A_y)}{(B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2}$$

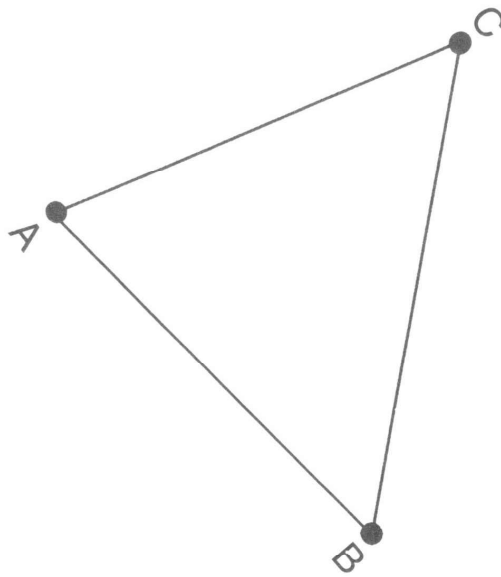
„shape coordinates“

bodu C

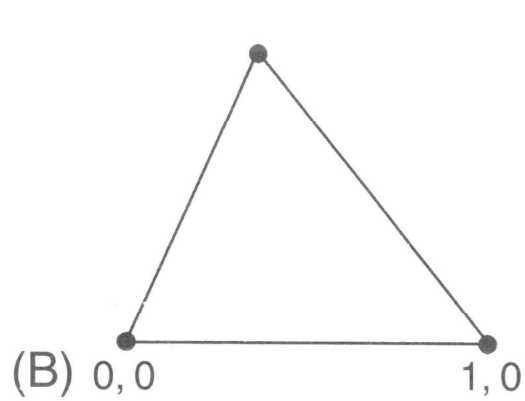
→ 
$$SC_y = \frac{(B_x - A_x)(C_y - A_y) - (B_y - A_y)(C_x - A_x)}{(B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2}$$



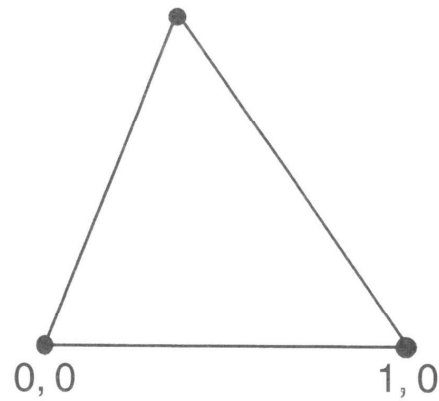
(A)



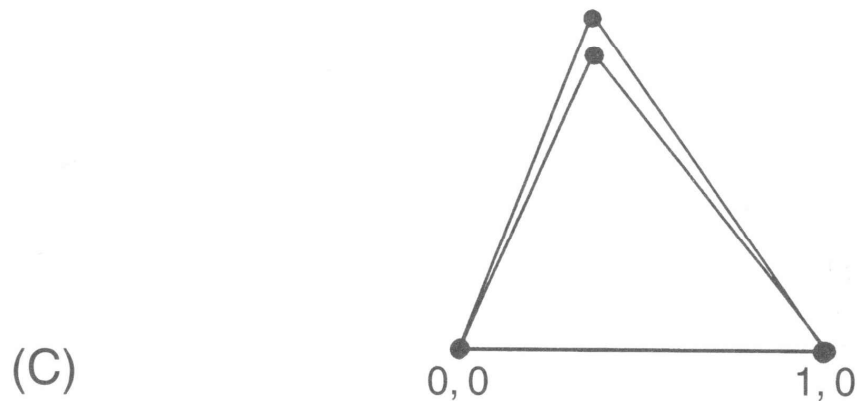
pôvodné trojuholníky  
(tvary)



(B)

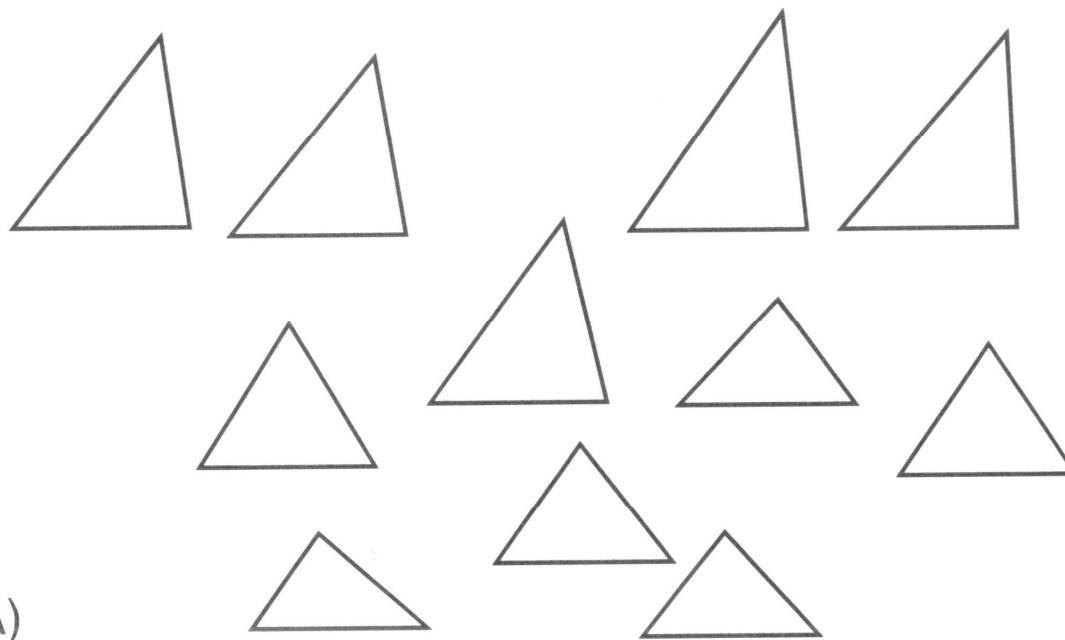


pôvodné trojuholníky  
po translácii, rotácii a  
škálovaní



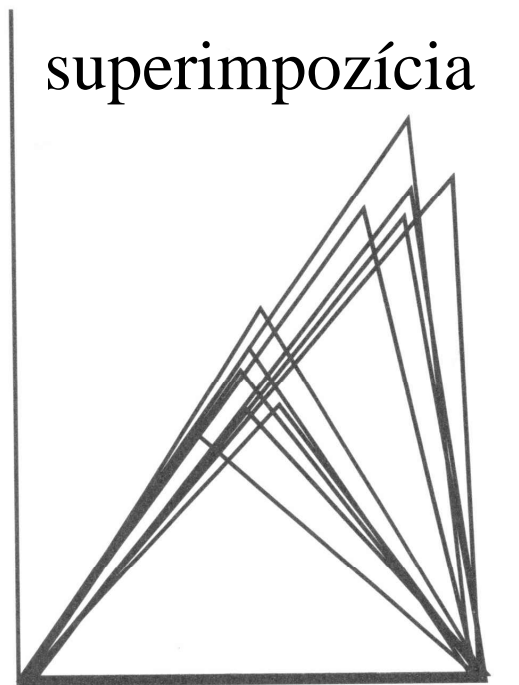
(C)

superimpozícia



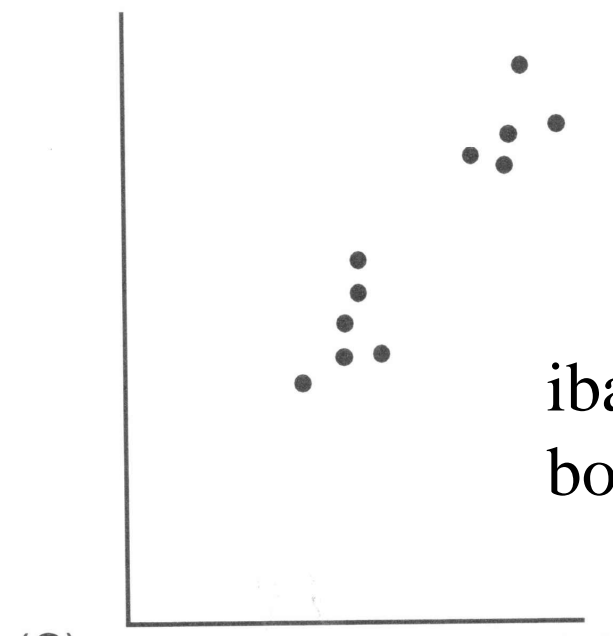
pôvodné trojuholníky  
(tvary)

(A)



superimpozícia

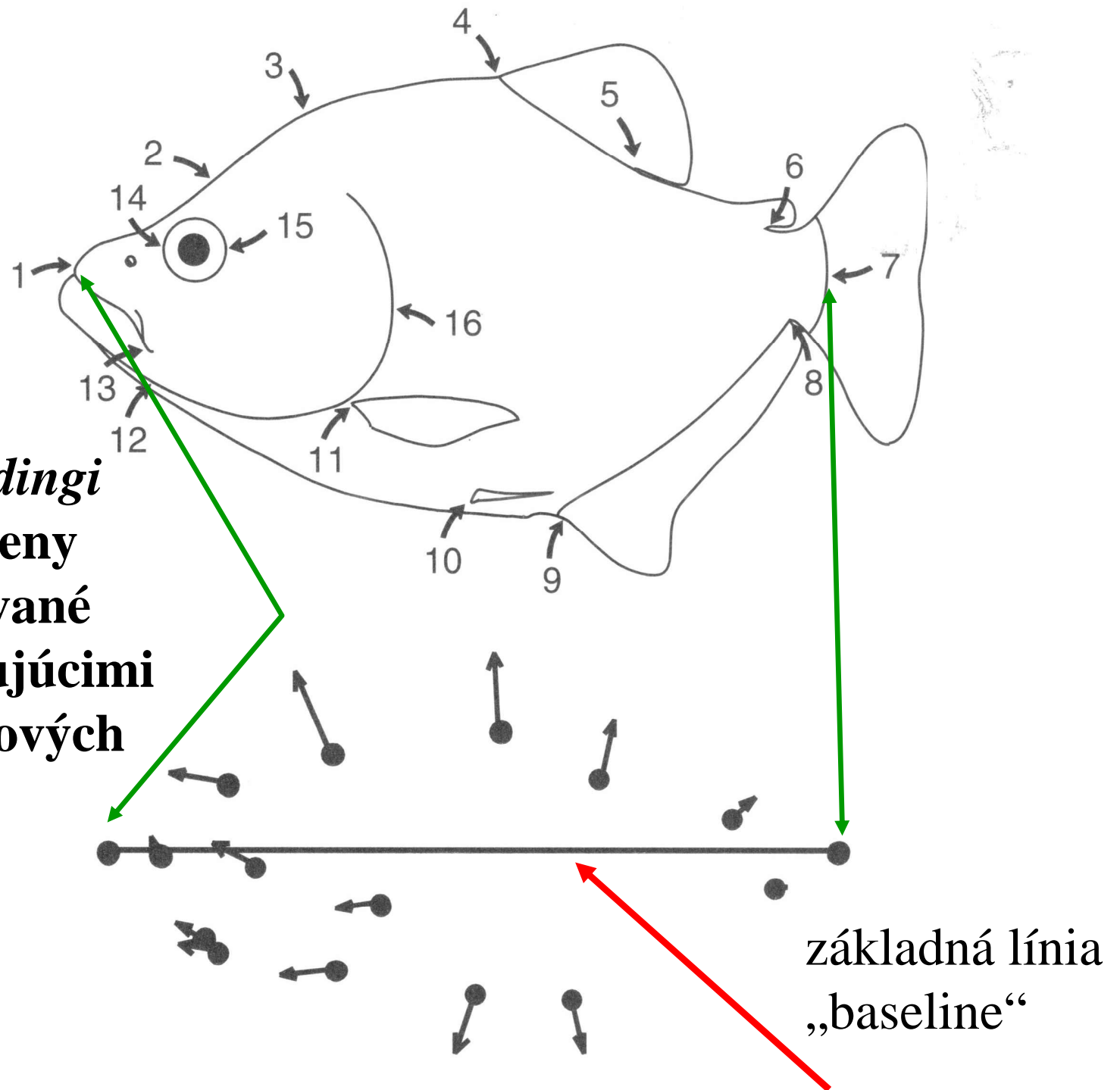
(B) 0,0 1,0



iba jednotlivé význačné  
body

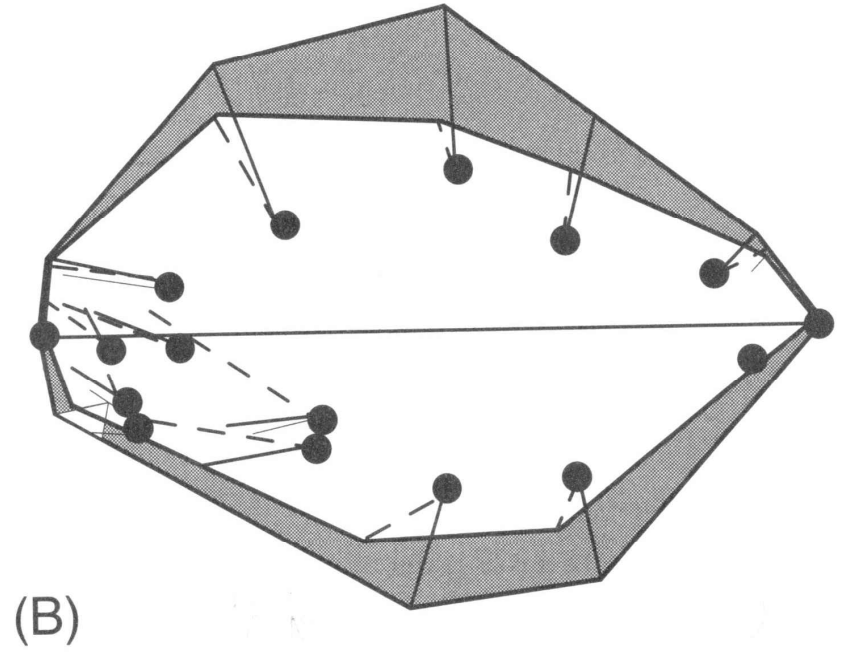
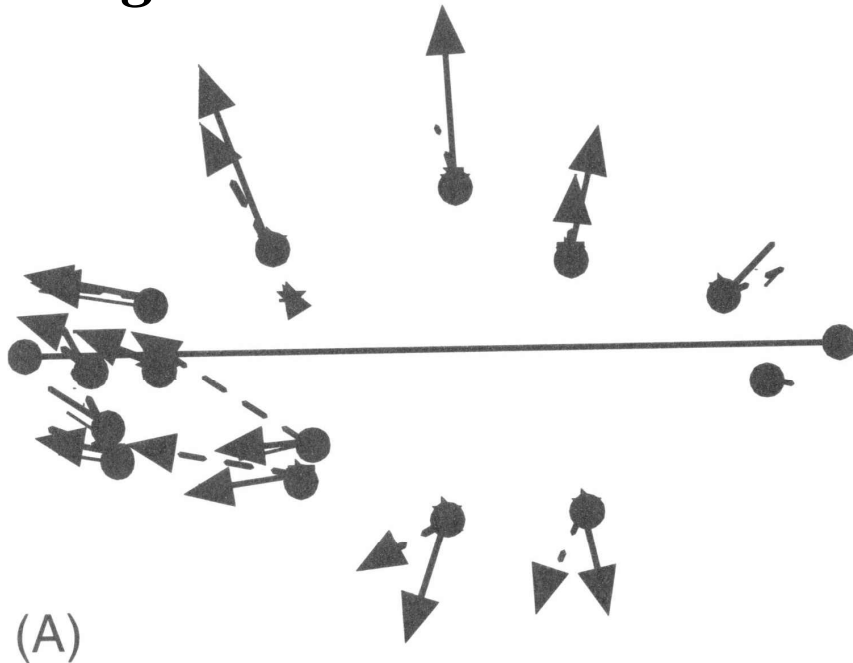
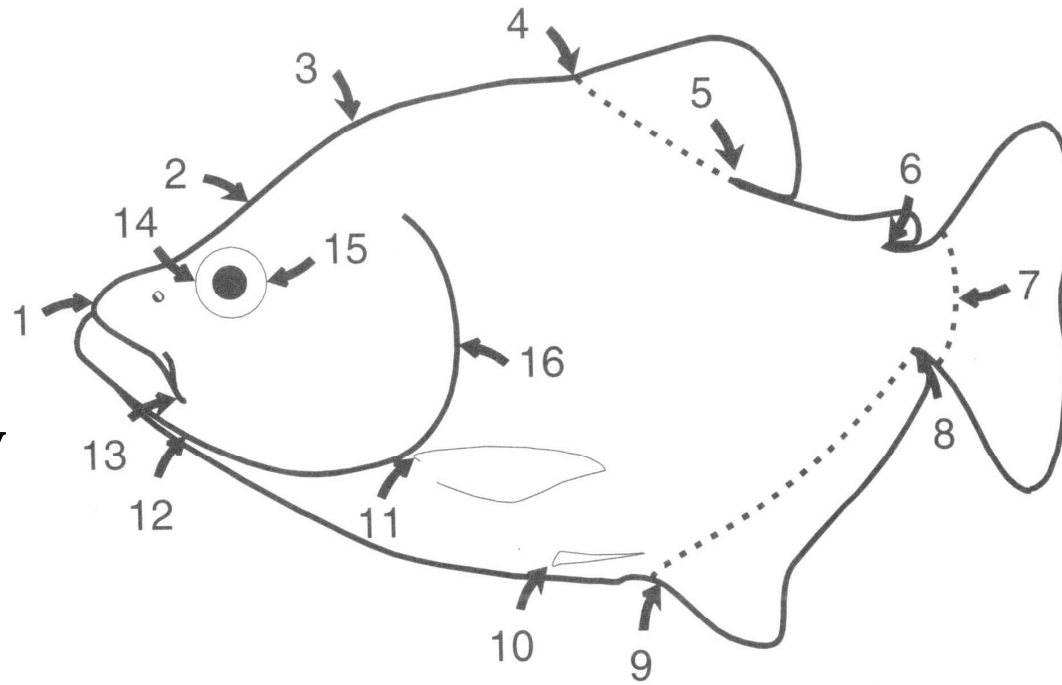
(C) 0,0 1,0

*Serrasalmus gouldingi*  
ontogenetické zmeny  
tvaru reprezentované  
vektormi vyznačujúcimi  
zmenu Booksteinových  
súradníc tvaru

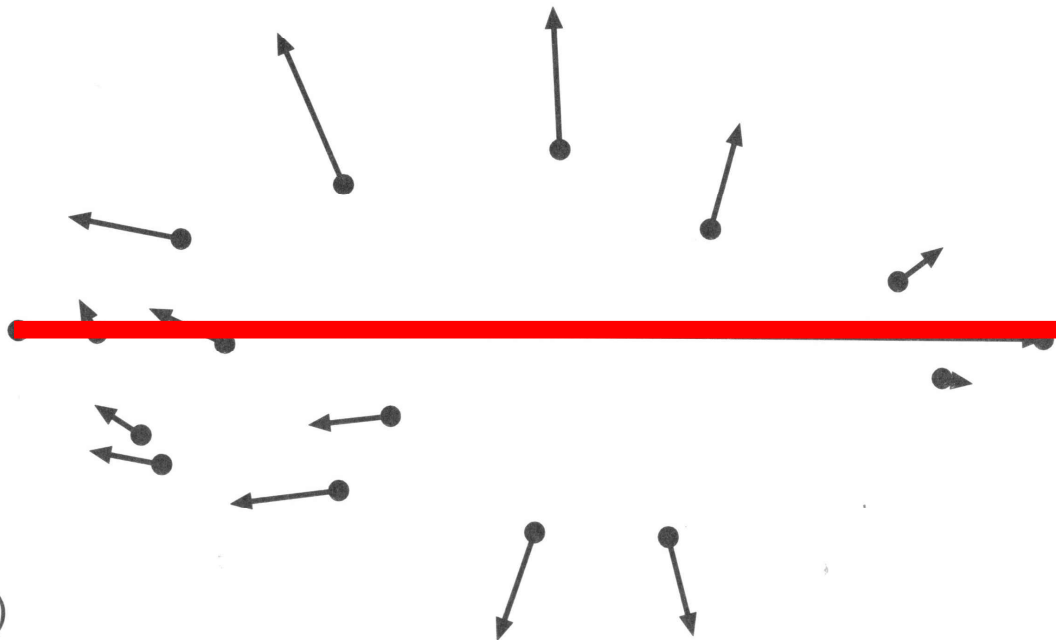
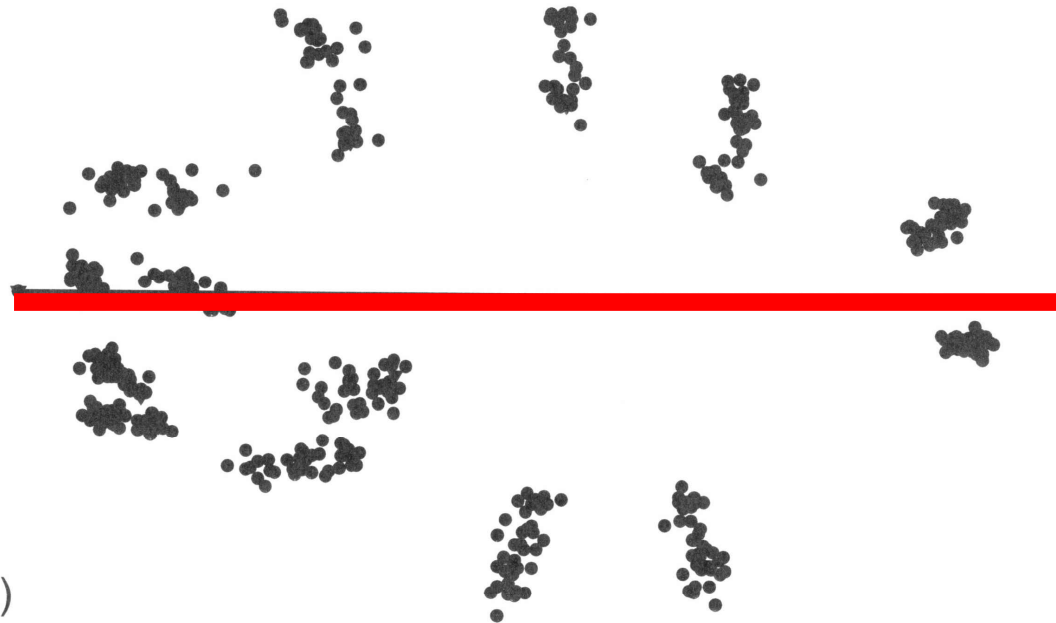




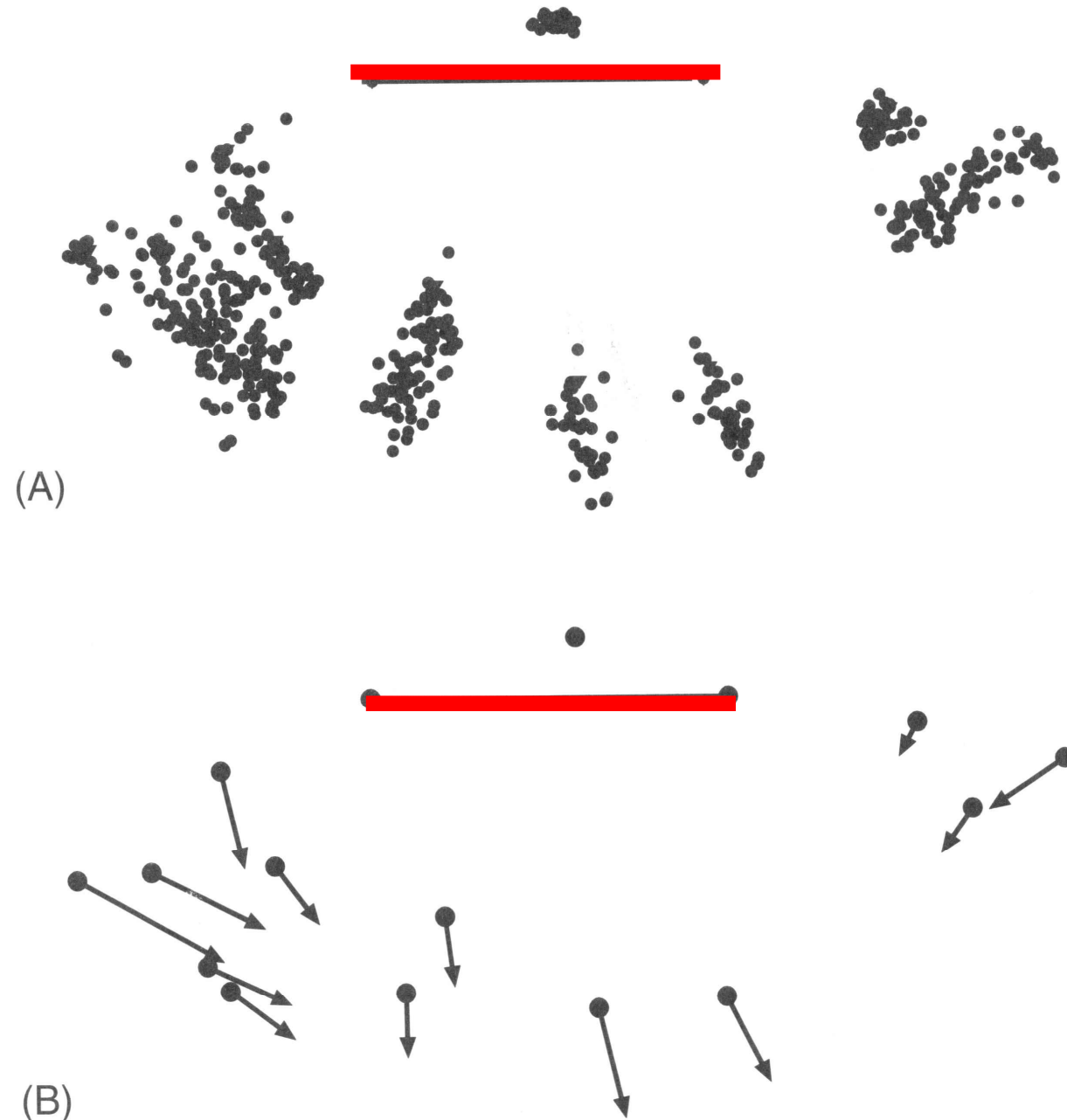
porovnanie  
ontogenézy  
dvoch druhov  
*Serrasalmus*  
*goulgingi*  
a *S. elongatus*



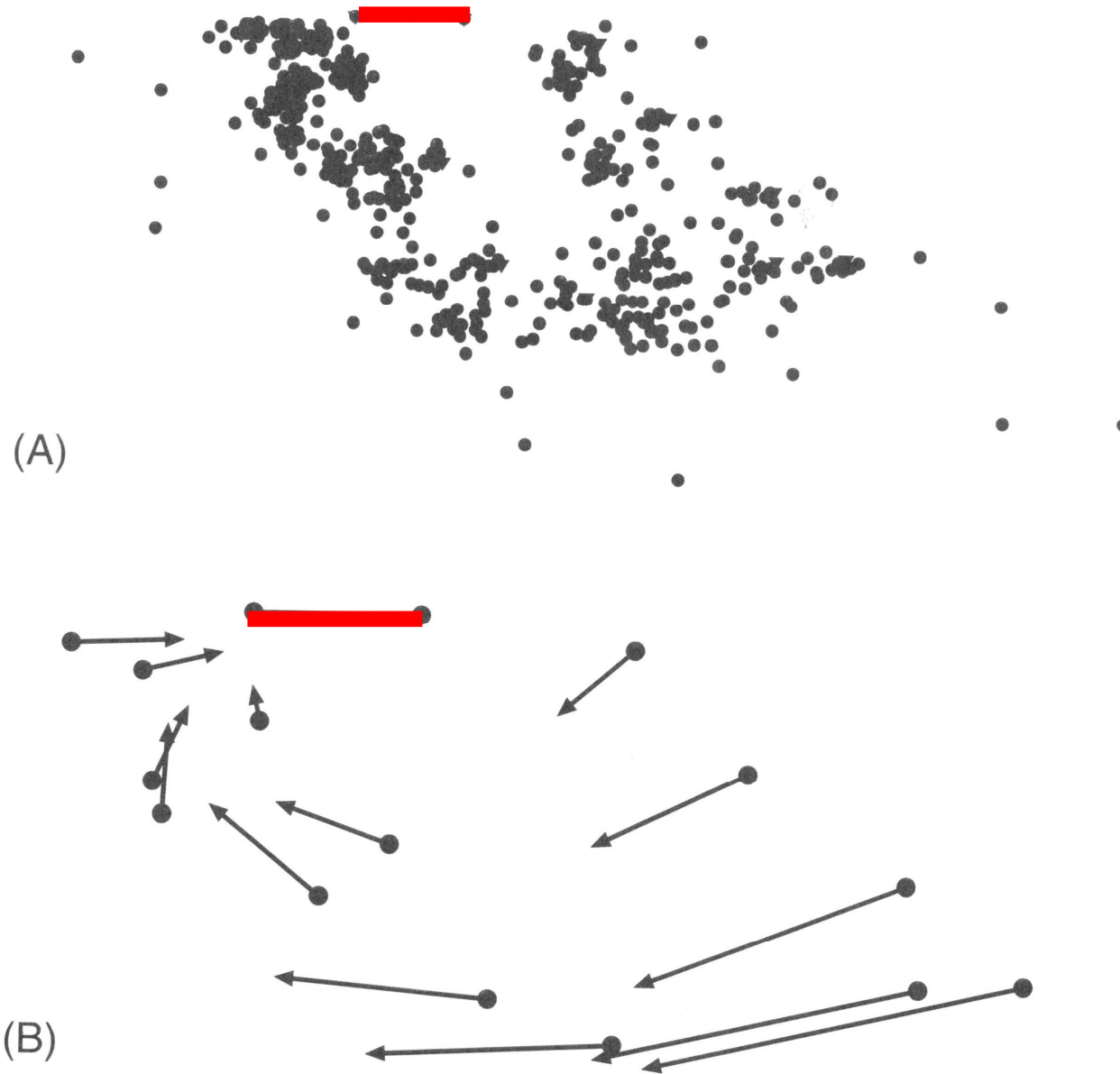
porovnanie  
ontogenézy  
druhu  
*Serrasalmus  
goulgingi*  
pri zmene  
význačných  
bodov, ktoré  
definujú  
základnú líniu  
„baseline“



porovnanie  
ontogenézy  
druhu  
*Serrasalmus  
goulgingi*  
pri zmene  
význačných  
bodov, ktoré  
definujú  
základnú líniu  
„baseline“



porovnanie  
ontogenézy  
druhu  
*Serrasalmus  
goulgingi*  
pri zmene  
význačných  
bodov, ktoré  
definujú  
základnú líniu  
„baseline“



## Prokrustova superimpozícia

**Prokrustova superimpozícia objektov (tvarov) zahŕňa posun, škálovanie a rotáciu objektov takým spôsobom, aby vzdialenosti medzi zodpovedajúcimi význačnými bodmi vyjadrené sumou najmenších štvorcov boli čo najmenšie.**



**Všetky význačné body sú považované za rovnocenné, čím sa odstraňuje subjektívne váženie dvoch určitých význačných bodov, ako je tomu pri Booksteinových súradniciach tvaru.**

# Konfiguračná matica – kompletná konfigurácia význačných bodov

je to matica  $K \times M$  – súradnice  $K$  význačných bodov v  $M$  rozmeroch (na  $M$  osiach)

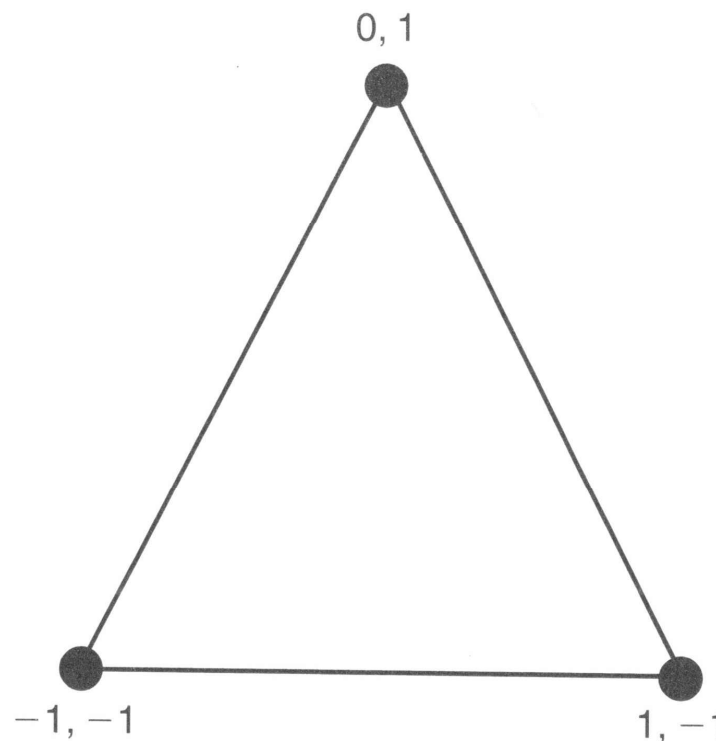
každý z  $K$  riadkov reprezentuje súradnice jedného význačného bodu

maticu môžeme zapísať aj ako vektor

$$X = [X_1 \ Y_1 \ X_2 \ Y_2 \ X_3 \ Y_3]$$

t.j.

$$X = [-1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 0 \ 1]$$





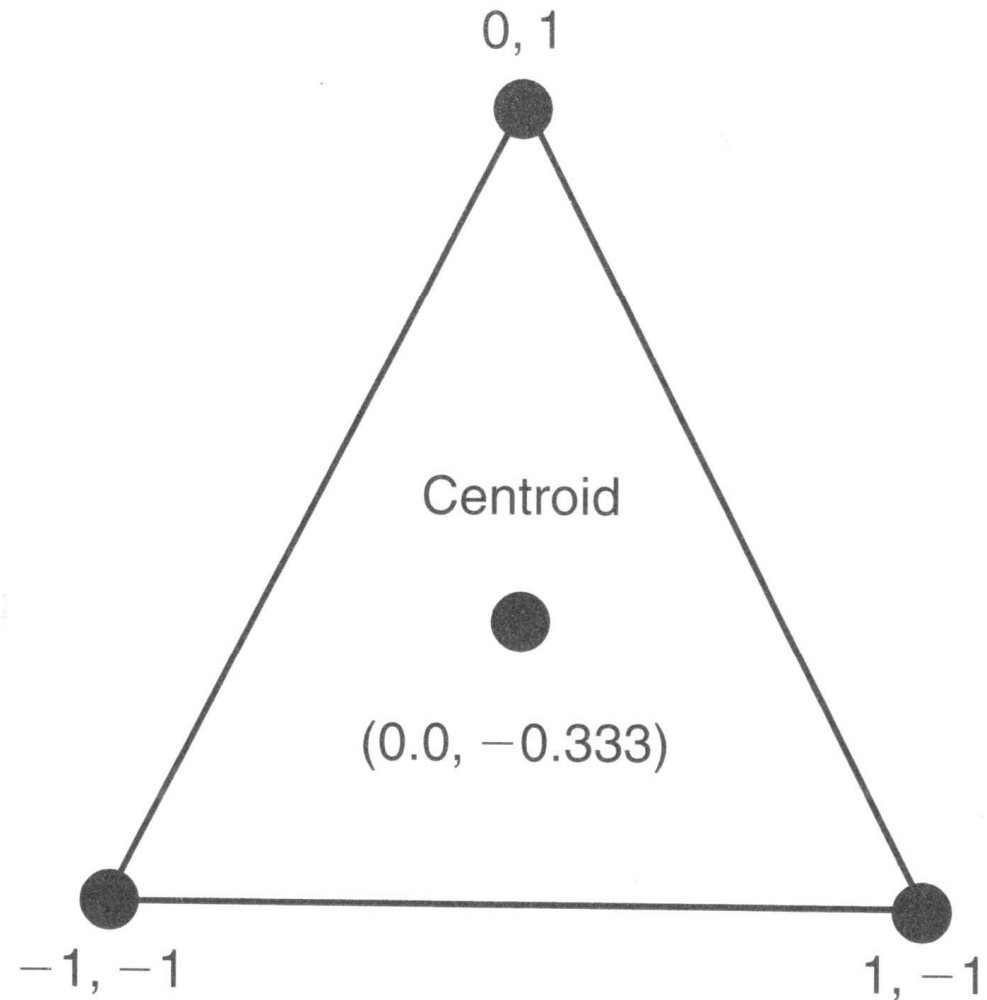
**Konfiguračný priestor** – súbor potenciálnych matíc, ktorý popisuje všetky možné súbory konfigurácií význačných bodov pre  $K$  význačných bodov a  $M$  rozmerov

**Konfiguračný priestor  $16 \times 2$**  je priestor všetkých možných konfigurácií pre 16 význačných bodov a dva rozmery

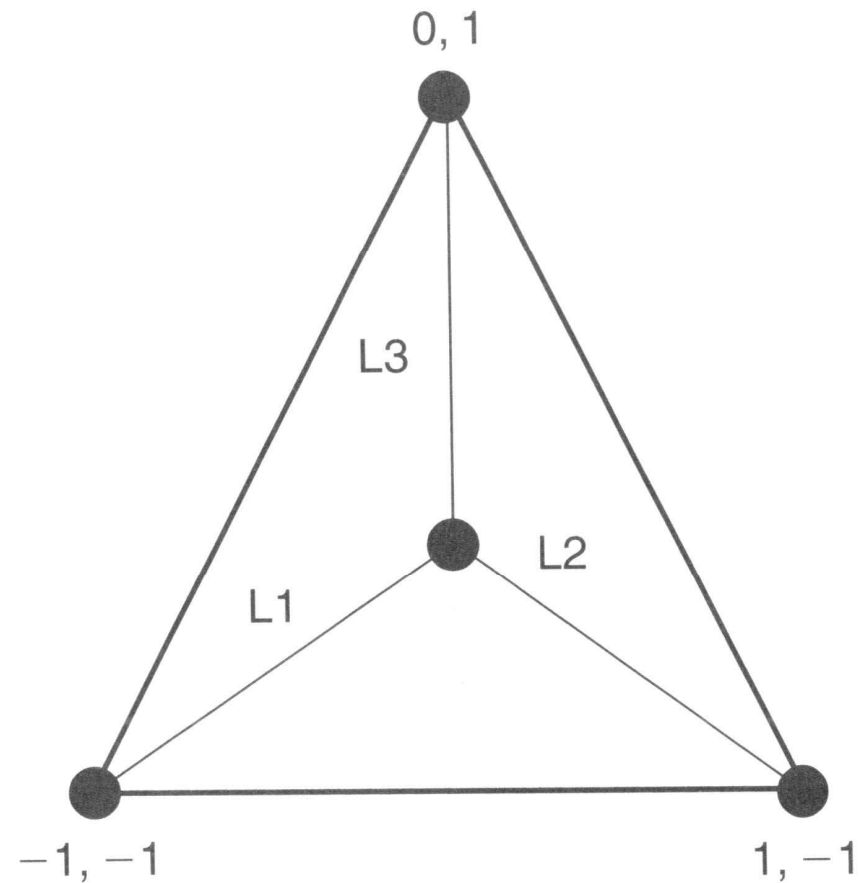
**Pozícia konfiguračného priestoru** je umiestnenie centroidu matice  $K \times M$

$$X_C = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K X_j$$

$$Y_C = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K Y_j$$



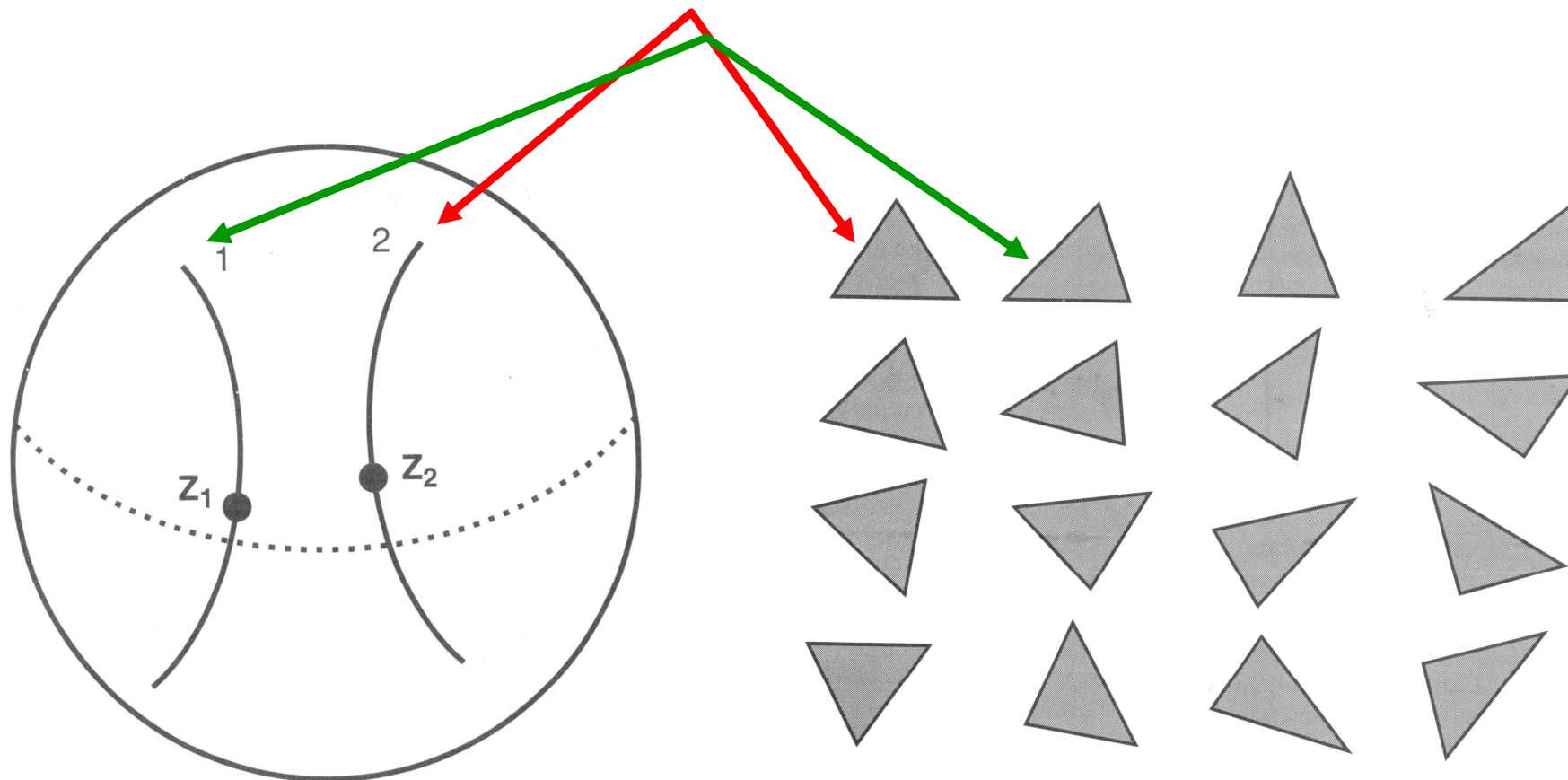
**Centroid** je m-rozmerný vektor, v prípade dvoch rozmerov ide o vektor, ktorého komponenty sú priemernými hodnotami  $X$  a  $Y$  súradníc všetkých význačných bodov



**Centroidová veľkosť trojuholníka (konfigurácie) – druhá odmocnina súčtu druhých mocnín  $L1$ ,  $L2$  a  $L3$**

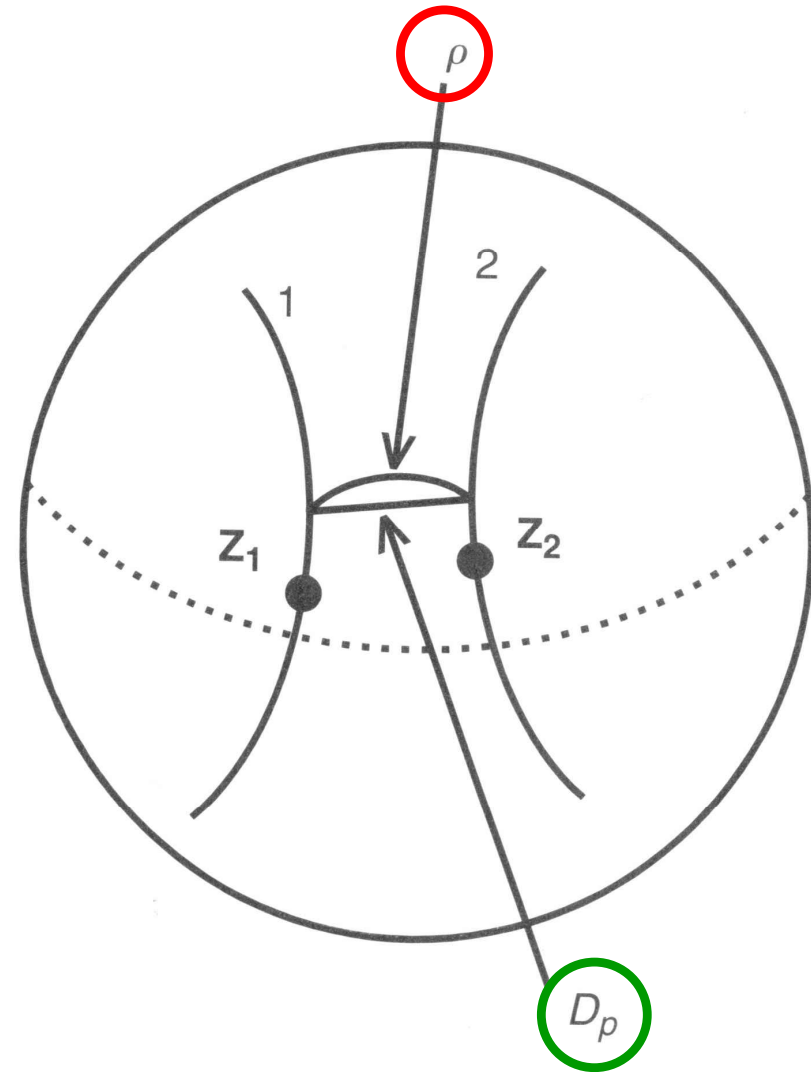
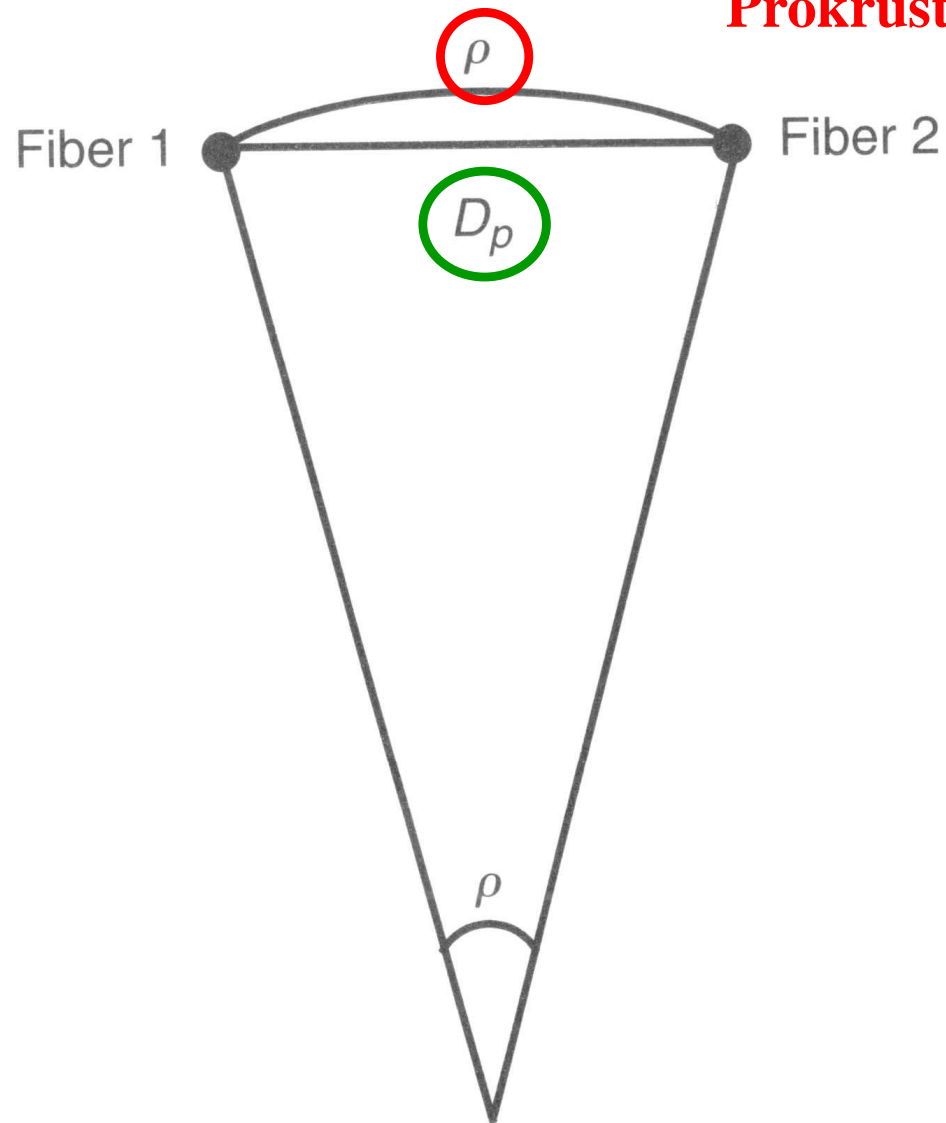
## **„Pre-shaped space“**

- **každá konfigurácia  $K$  význačných bodov s  $M$  súradnicami sa môže považovať za bod v priestore s  $K \times M$  súradnicami**
- **niektoré konfigurácie v tomto priestore sa líšia len v centroidovej veľkosti, iné len v pozícii**
- **môžeme definovať podsúbor týchto konfigurácií, kde pre každú maticu bude platiť, že bude centrovaná a jej centroidová veľkosť bude rovná 1 (translácia a škálovanie)**
- **v dvojrozmernom priestore tento pre-shaped space bude predstavovať kružnicu centrovanú v bode 0,0 o polomere 1, v trojrozmernom priestore pôjde o povrch gule, atď.**
- **pri tomto sa stráca  $M$  rozmerov centrovaním a jeden rozmer zafixovaním centroidovej veľkosti na hodnotu 1**

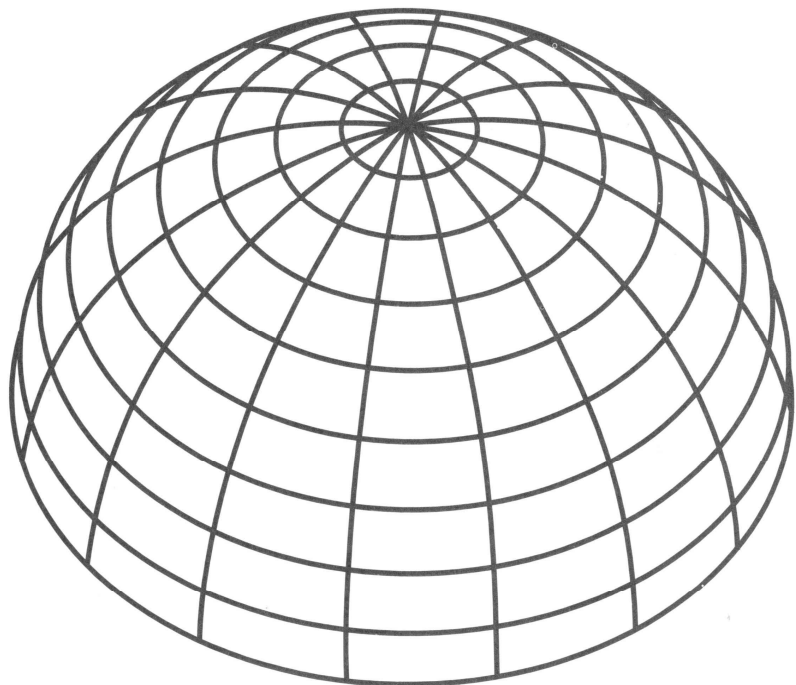


**„fiber“ (vlákno) na povrchu tejto dutej gule predstavuje konfigurácie význačných bodov ktoré sa líšia len rotáciou**

## Prokrustova vzdialenosť

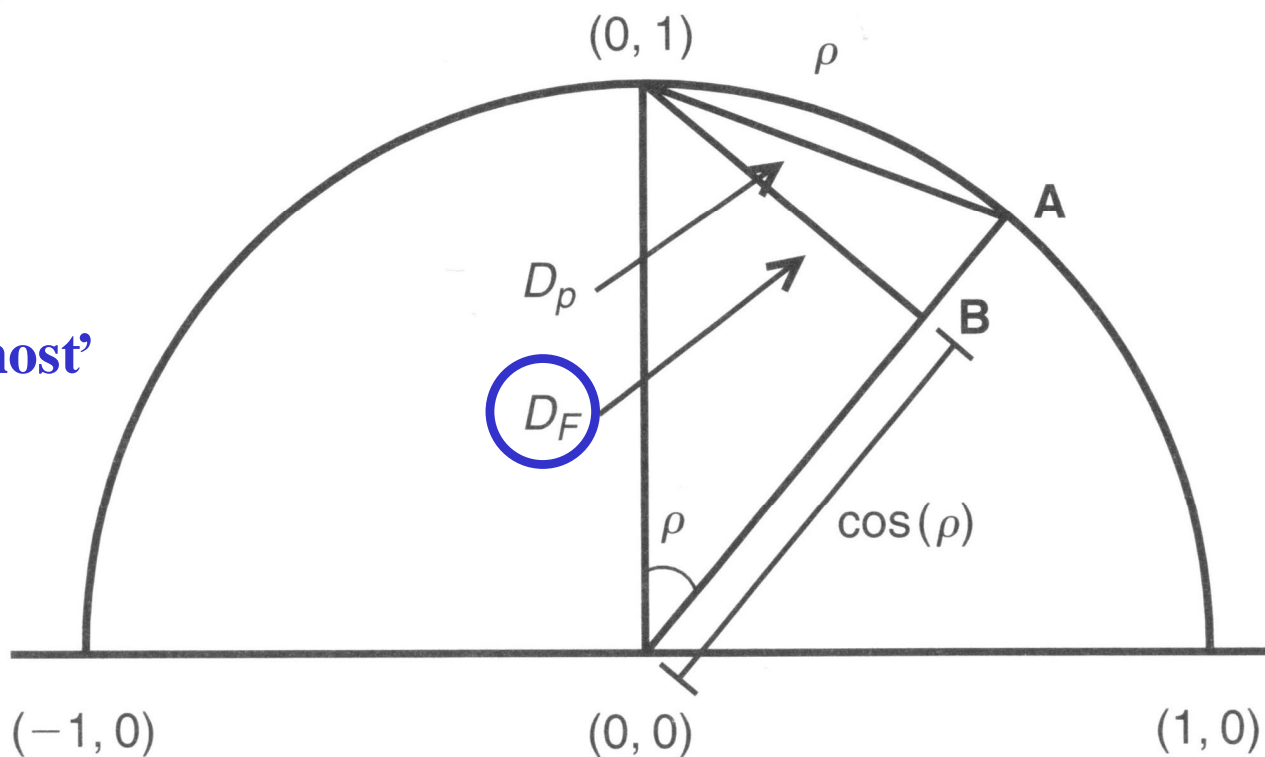


## čiasťková Prokrustova vzdialenosť



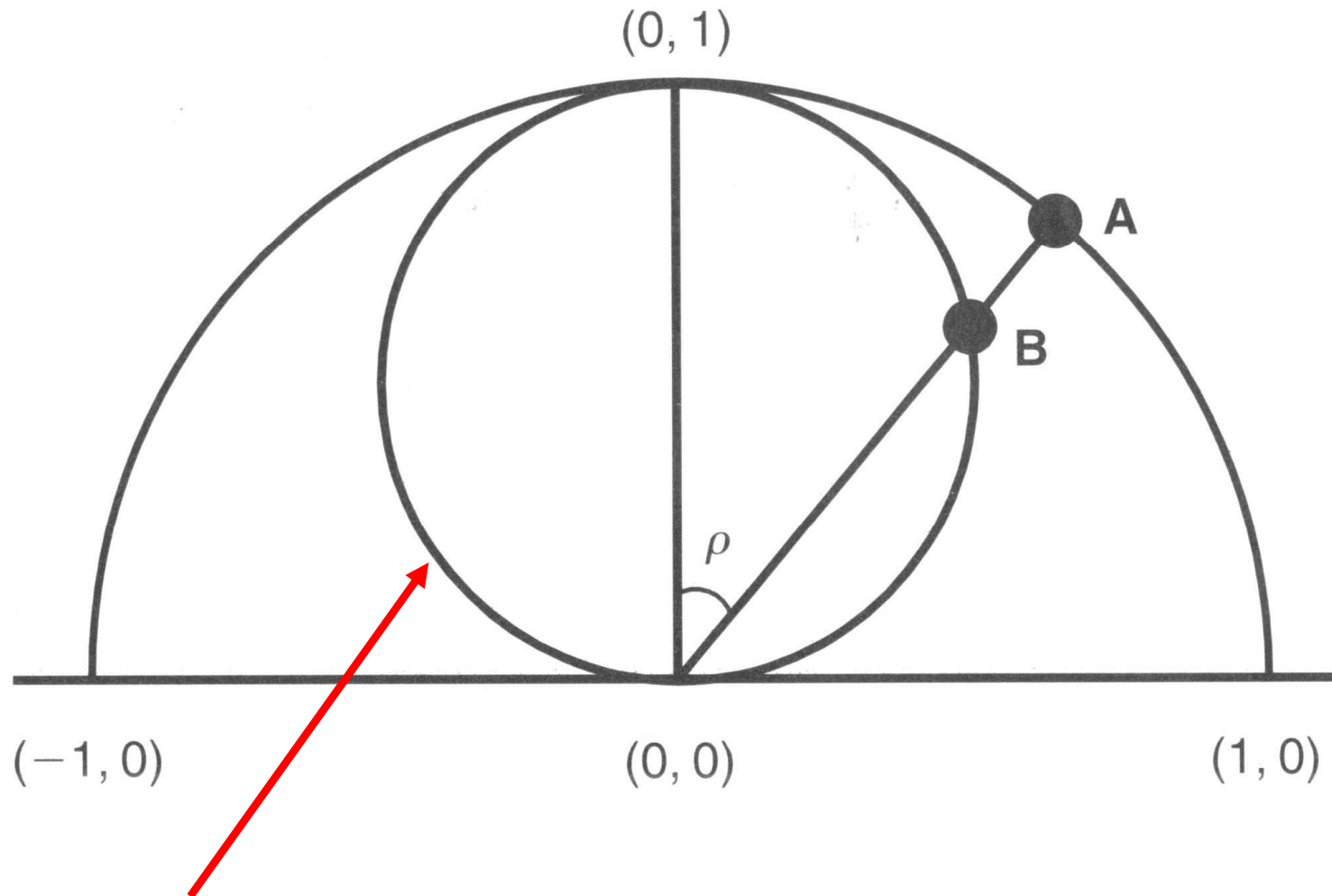
$\rho$  nie je najkratšia vzdialenosť medzi konfiguráciami, tou je plná Prokrustova vzdialenosť pri referenčnom objekte ponecháme škálovanie na centroidovú veľkosť, pri porovnávanom objekte minimalizujeme vzdialenosť

plná Prokrustova vzdialenosť



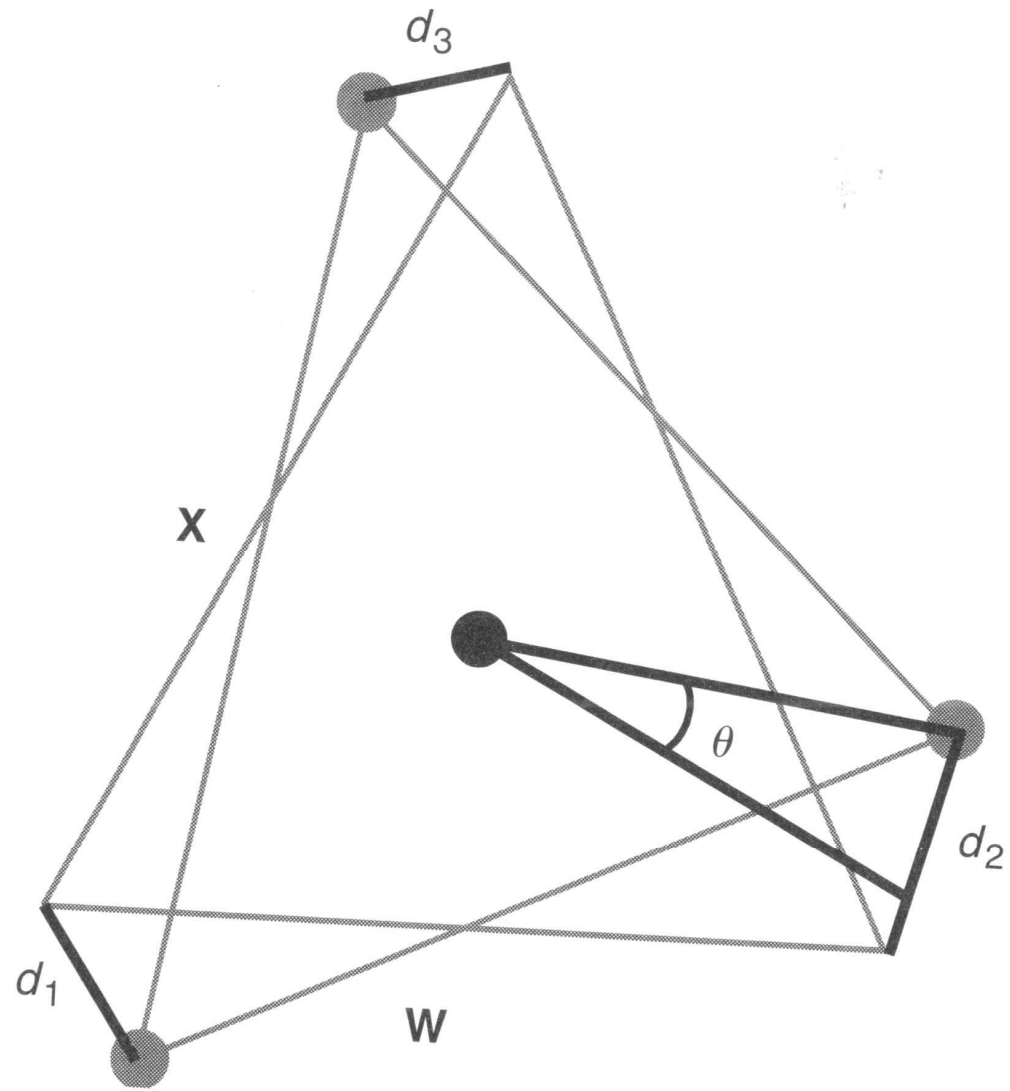
**B = tvar škálovaný na  $\cos(\rho)$**

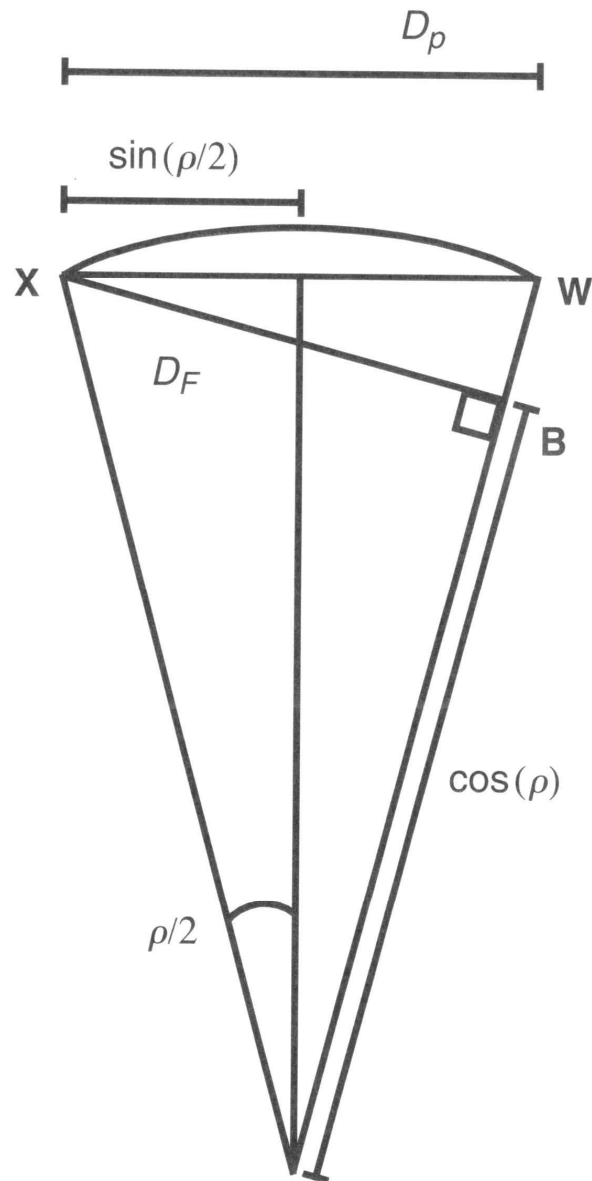
**A = tvar škálovaný na jednotkovú centroidovú veľkosť**



**Kendallov tvarový priestor** (Kendall's shape space) –  
minimalizuje sa vzdialenosť od referenčného tvaru

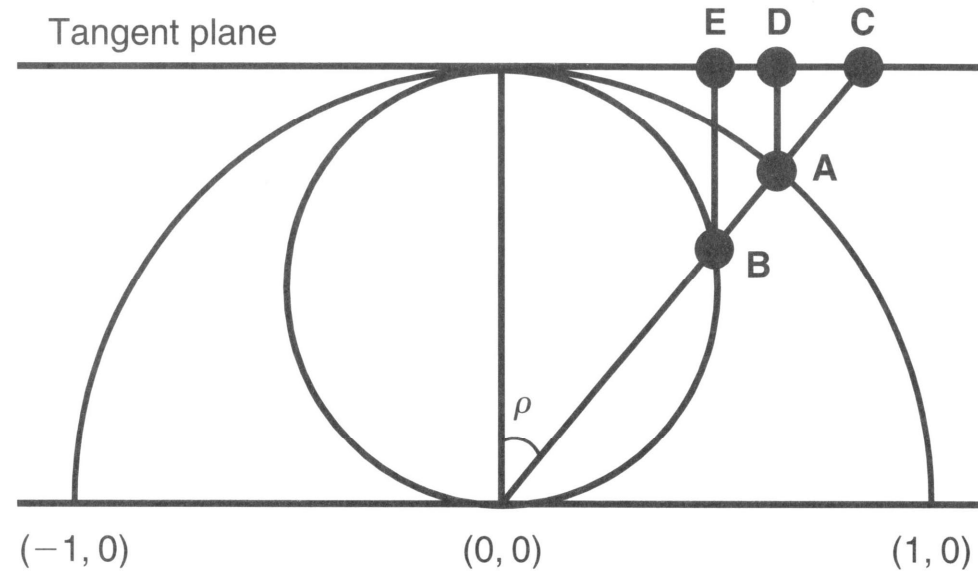






B = projekcia na Kendallov priestor

A = tvar škálovaný na jednotkovú centr. veľkosť



**vonkajšia hemisféra je rezom cez priestor centrovaných a zarovnaných tvarov škálovaných na jednotkovú centroidovú veľkosť**  
**vnútorný kruh je rezom cez Kendallov tvarový priestor centrovaných a zarovnaných tvarov škálovaných na  $\cos(\rho)$**

## Prokrustova superimpozícia metódou GLS (*generalized least squares*)

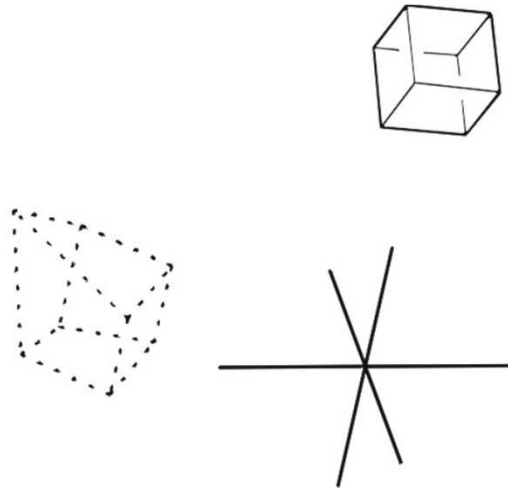
1. **vycentrujeme** každú konfiguráciu význačných bodov tak, že odpočítame hodnoty súradníc jej centroidu od X a Y súradníc každého význačného bodu – posun, translácia -> súradnice význačných bodov teraz vyjadrujú ich odchýlku od centroidu
2. **preškálujeme** konfigurácie na jednotkovú centroidovú veľkosť tak, že vydělíme každú súradnicu každého význačného bodu centroidovou veľkosťou tejto konfigurácie
3. vyberieme jednu konfiguráciu ako referenčnú a potom **rotujeme** ďalšie konfigurácie tak, aby sme minimalizovali sumu druhých mocnín odchýliek medzi homologickými význačnými bodmi

# Pinocchio



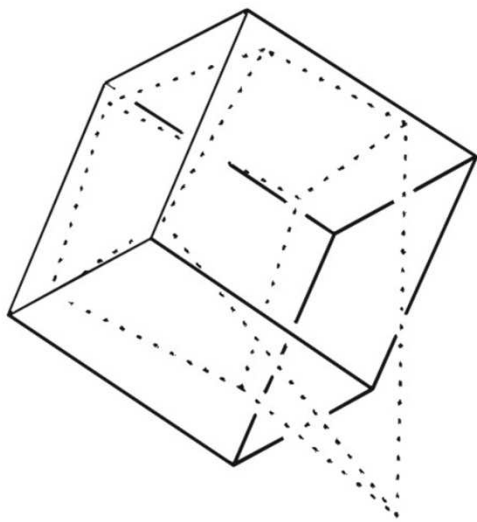
# Prokrustova superimpozícia

a



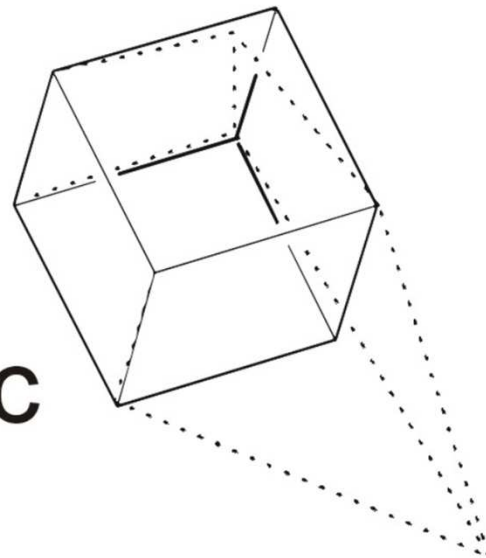
a – konsenzuálna konfigurácia plnou čiarou, jednotlivý objekt bodkovane (tečkovaně)

b



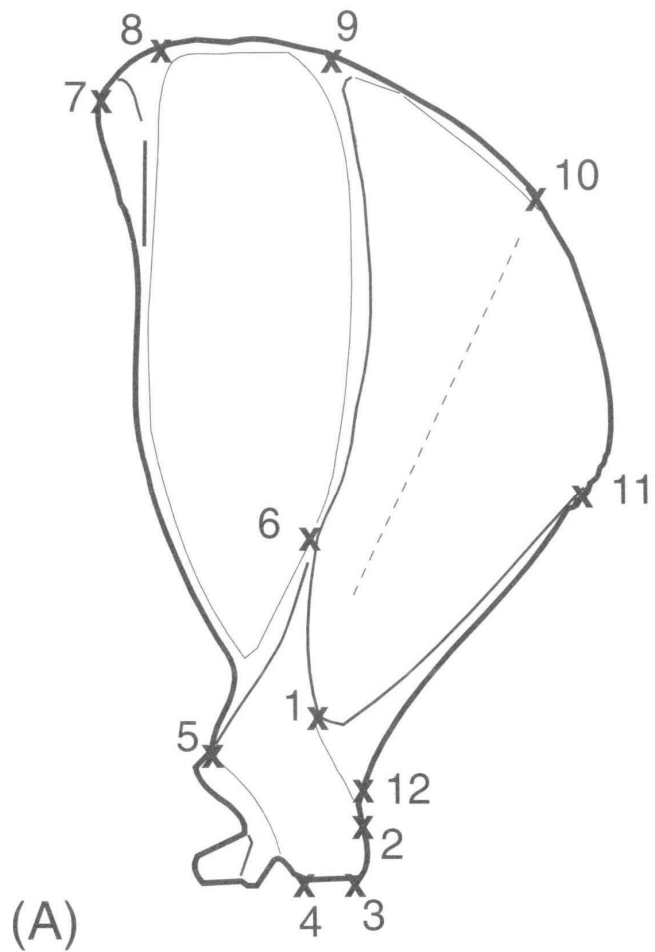
b – superpozícia metódou GLS, *generalized least squares* (rozdiely v pozícii zodpovedajúcich význačných bodov sú porovnateľné)

c

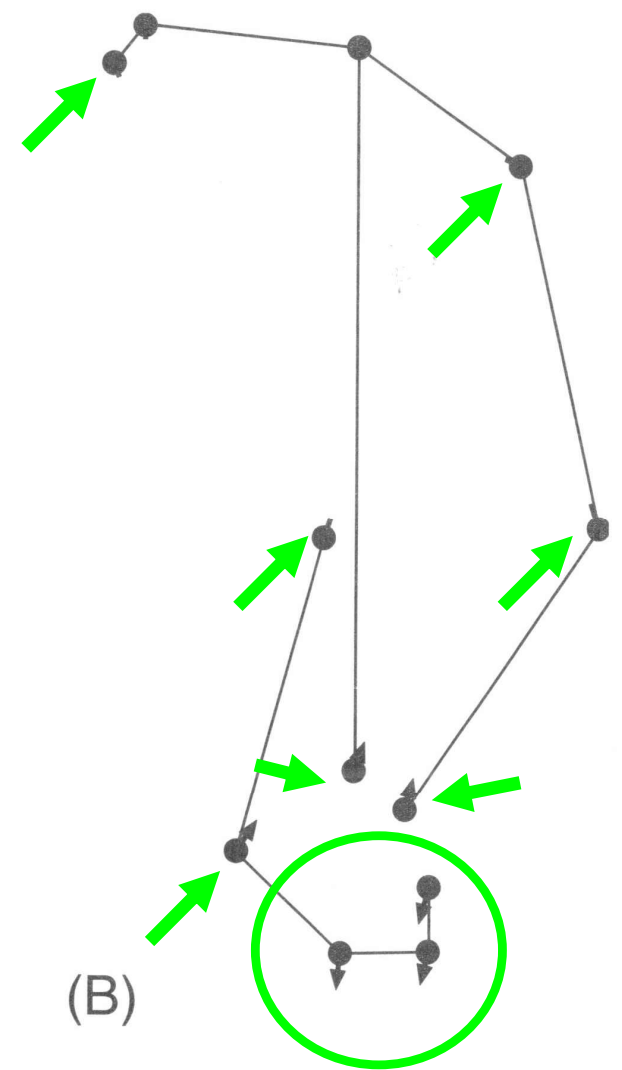
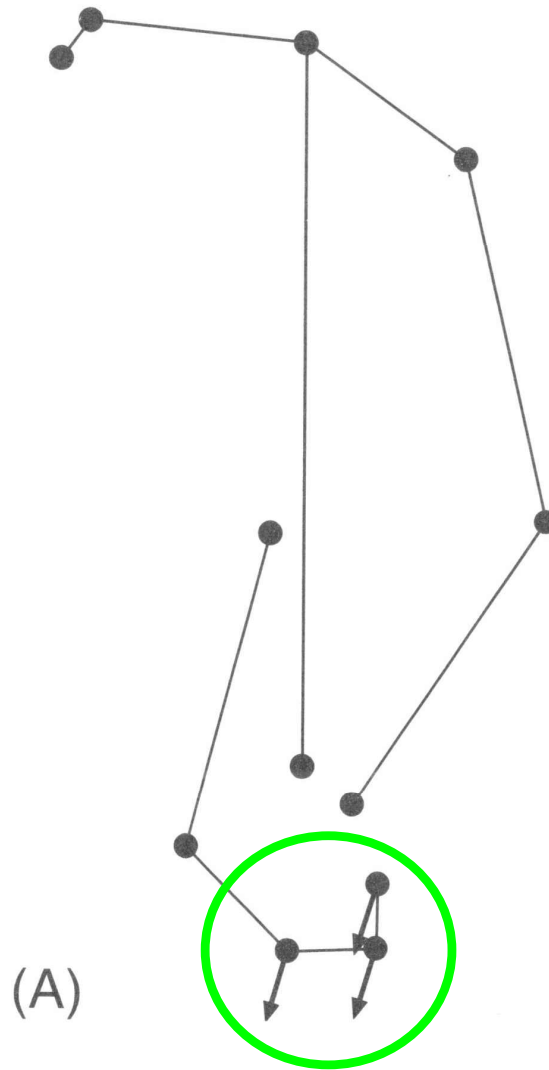


c – superpozícia metódou rezistentného prispôsobenia

získame maticu  $m \times m$   
vzdialeností medzi  $m$  objektmi

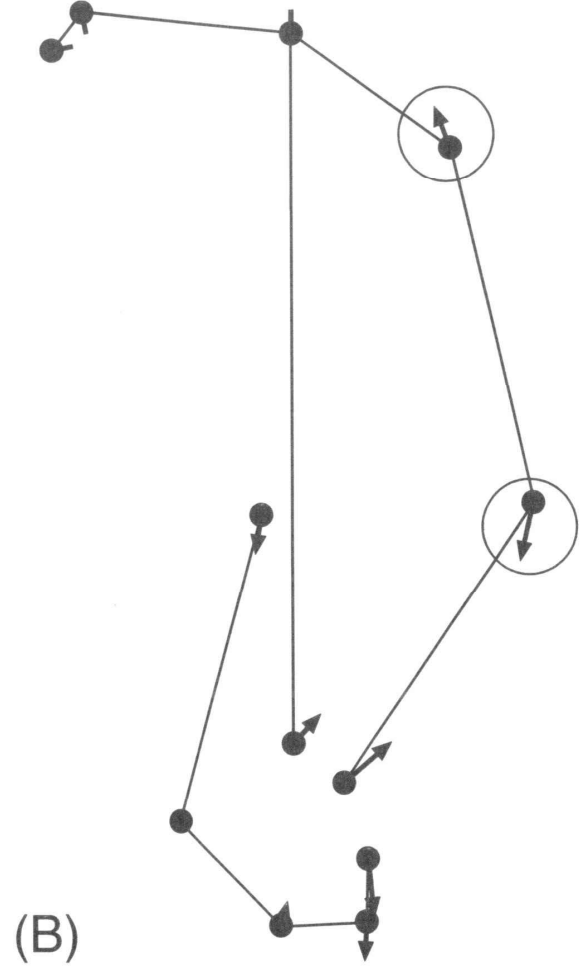
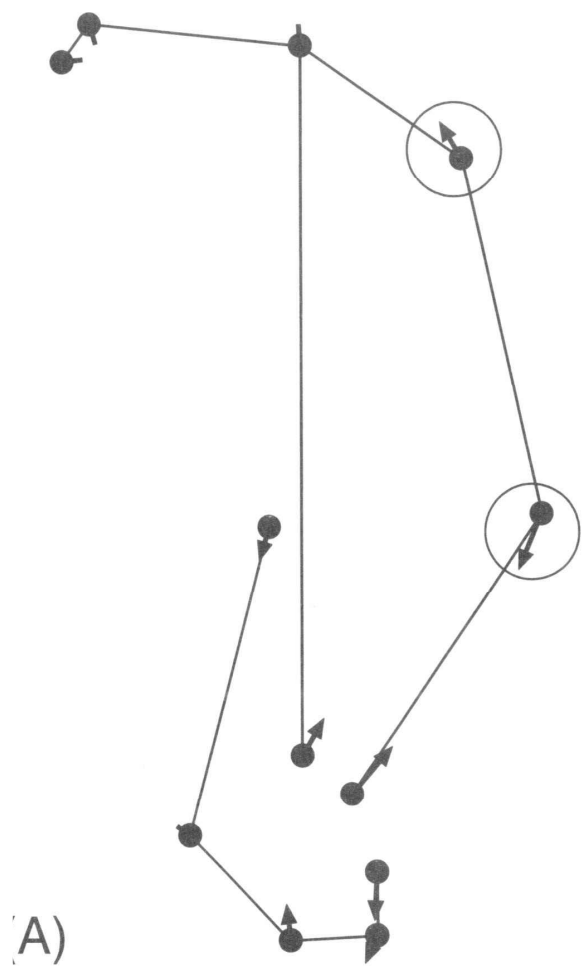
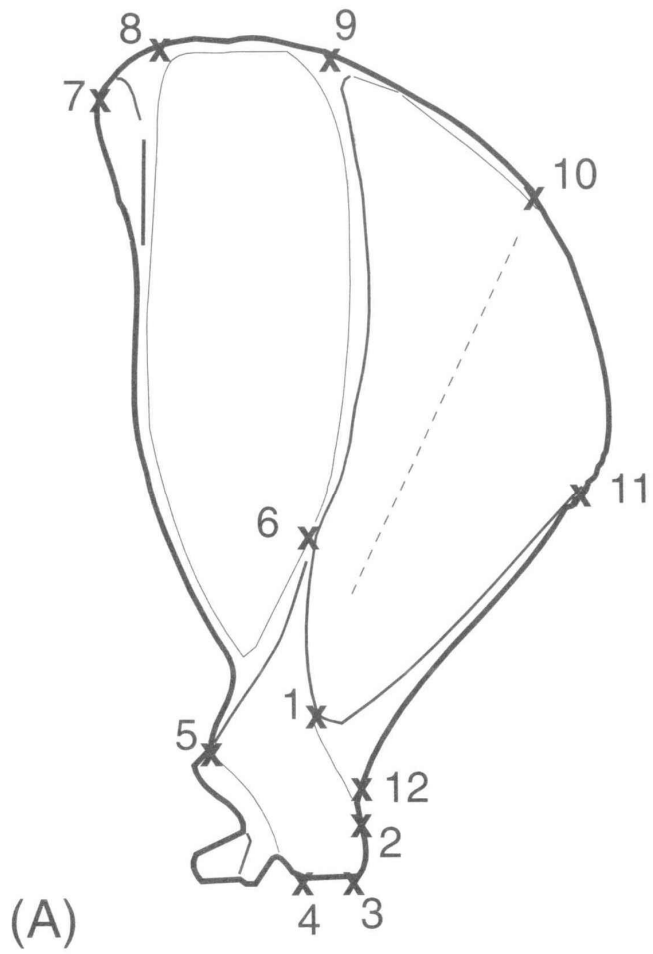


lopatka veverice



**Pinoccio efekt prítomný: A – metóda resistant fit, B – GLS metóda**

Zelditch et al. (2004)



**neprítomný Pinoccio efekt: A – metóda resistant fit, B – GLS metóda**

Zelditch et al. (2004)