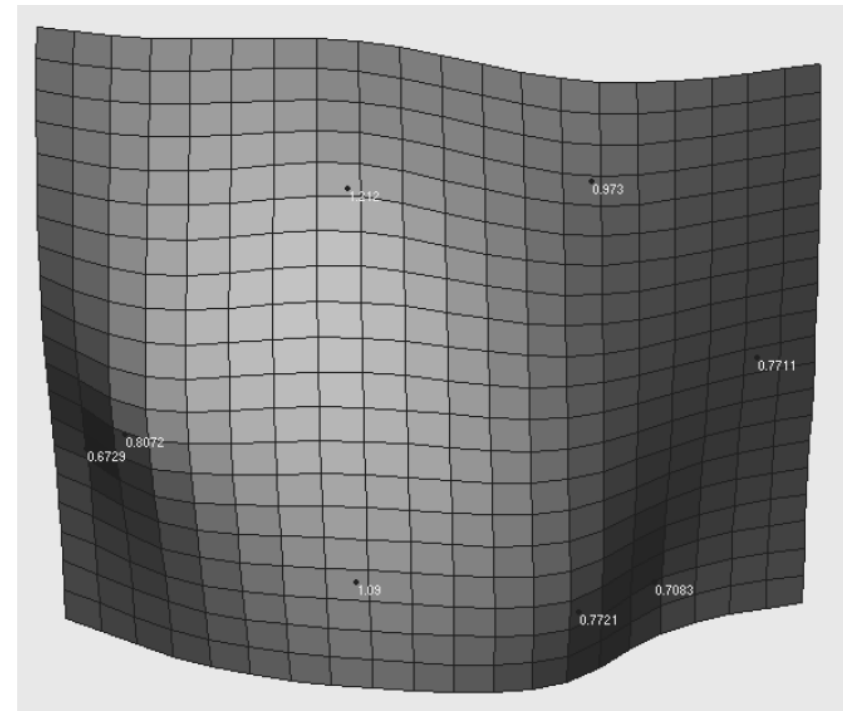
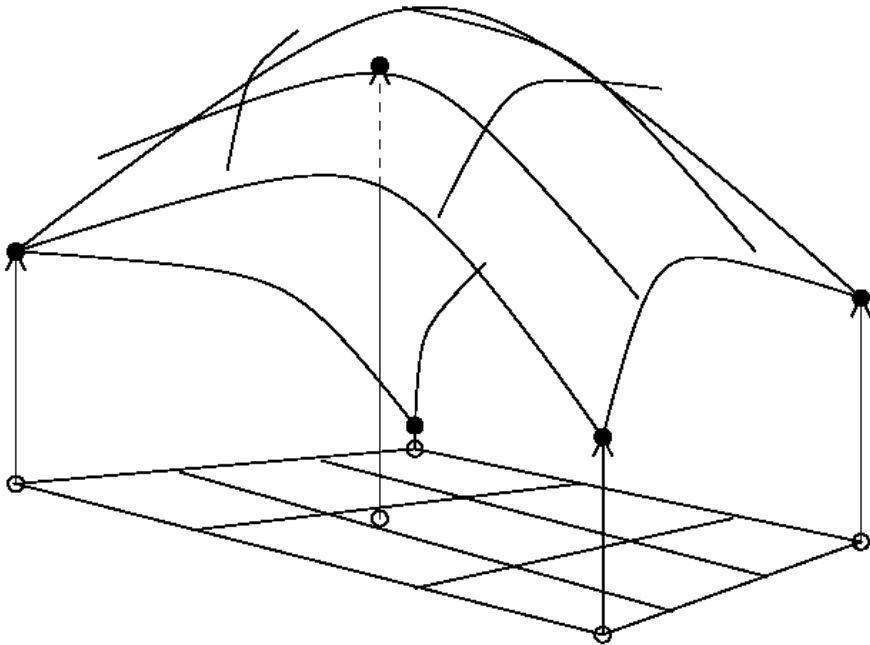


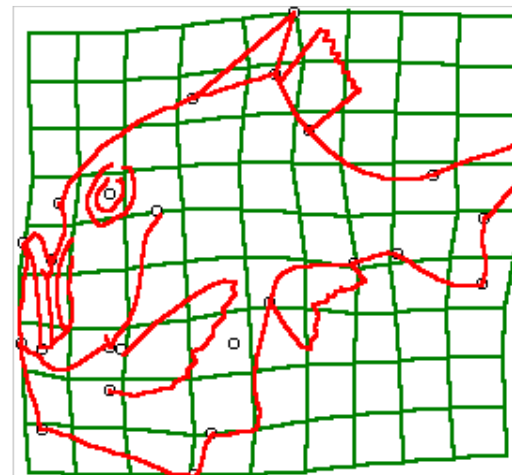
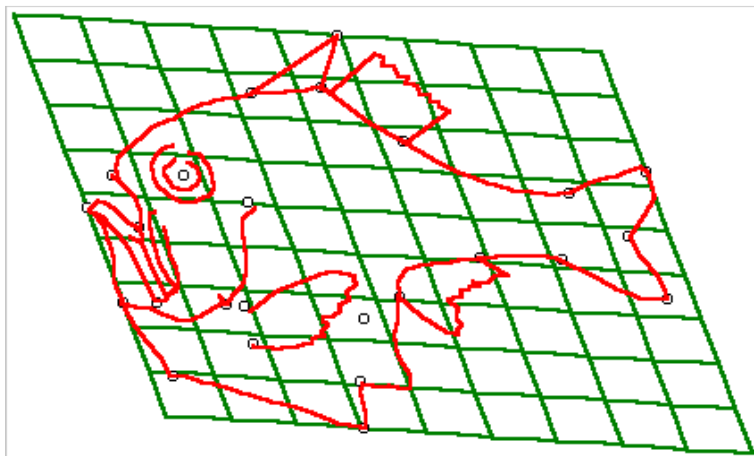
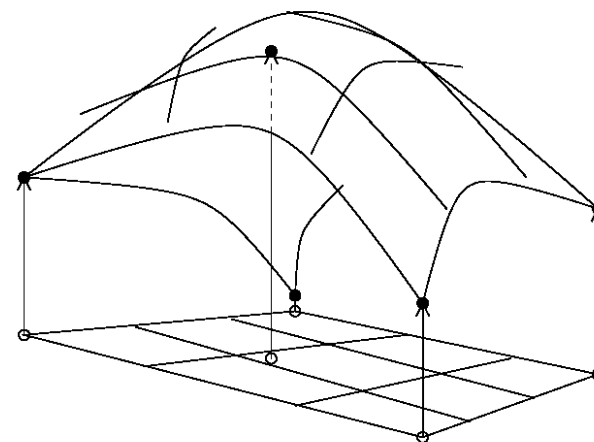
## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

Táto metóda je založená na modeli deformácie nekonečného a nekonečne tenkého kovového plátu. Sieť súradníc (imaginárny kovový plát) sa umiestni na referenčný objekt a následne sa tvaruje tak, aby sa dosiahla zhoda s porovnávaným objektom. Rozdiely medzi objektmi vystihuje deformácia pôvodne pravouhlej siete, resp. rovného kovového plátu.



## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

Zmena polohy význačných bodov na ploche definovanej osami x a y oproti referenčnému objektu sa zobrazí buď naklonením alebo otočením plochy (kovového plátu) alebo jej prehnutím – pri prehnutí sa zmena zobrazí pozdĺž tretej osi – osi x (plát už nemôže zostať plochý).

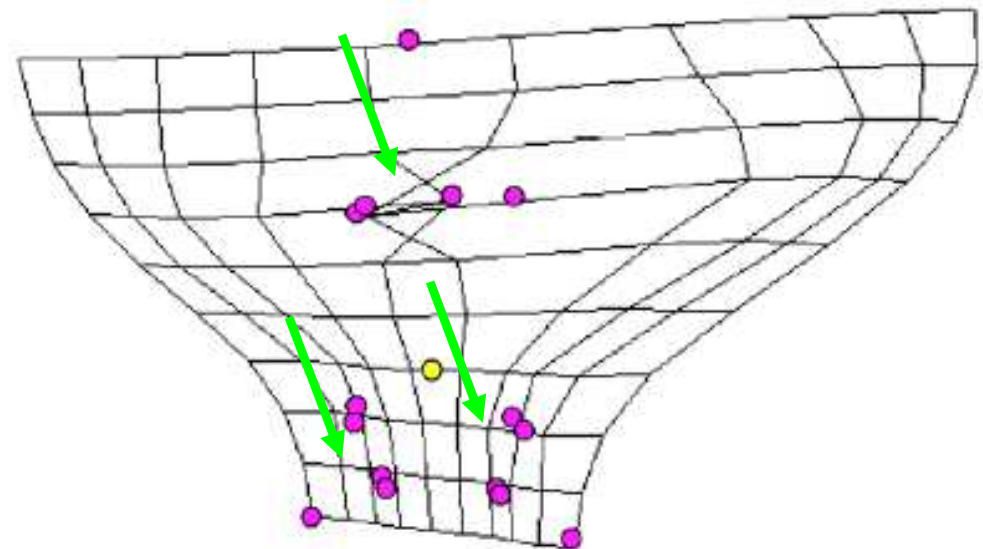
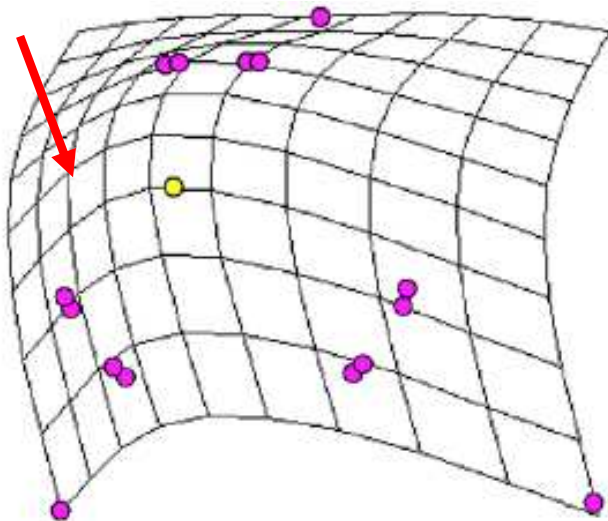


## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

Miera prehnutia kovového plátu sa vyjadruje množstvom energie potrebnej k ohybu plátu (deformačná energia, *bending energy*). Čím je deformácia plátu lokálnejšia, tým je potrebná vyššia deformačná energia. Na rozdiel od Prokrustovej analýzy nie je možné deformačnú energiu interpretovať ako mieru rozdielu medzi porovnávanými objektmi, ale skôr ako mieru lokálnosti zmien tvaru.

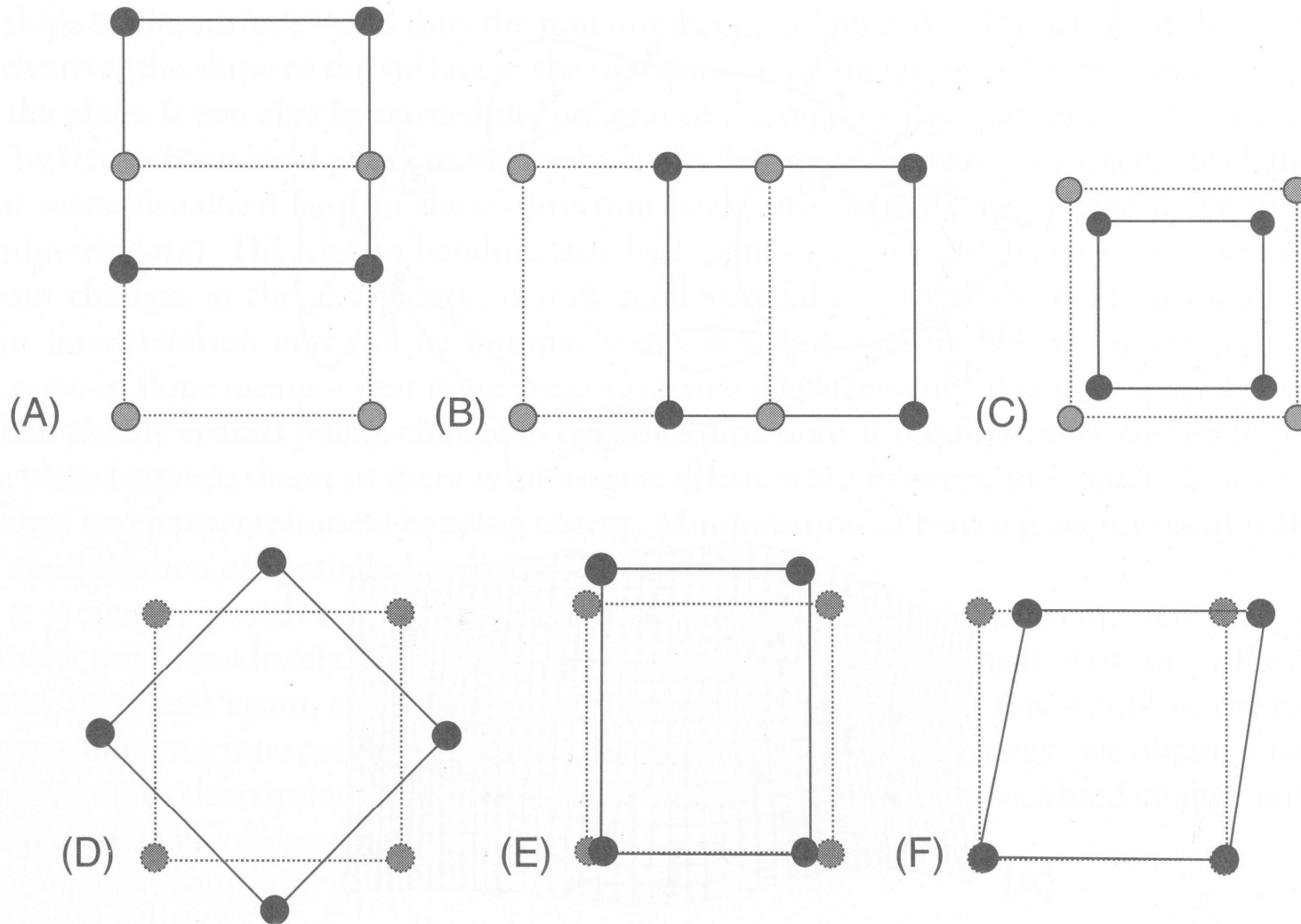
**menej lokálne zmeny – menej energie**

**lokálne zmeny – viac energie**



## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

Zmenu tvaru objektu, resp. rozdiely medzi tvarmi dvoch objektov, je možné rozložiť na **afinnú zložku** (*affine, linear transformation*), kde dochádza k zmenám pozdĺž jednej z pravouhlých osí, pričom sa zachováva rovnobežnosť priamok v pôvodnej súradnicovej sieti a na **neafinnú zložku** (*non-affine, non-linear transformation*), kde dochádza k deformácii priamok súradnicovej siete. Afinná zložka zmien zahŕňa všetky transformácie veľkosti, rotáciu a tiež homogenickú kompresiu alebo predĺženie tvaru v jednom smere. Deformačná energia pre afinnú zložku zmien je nulová, pretože nedochádza k ohnutiu imaginárneho kovového plátu. Neafinná zložka zmien pôsobí na každý význačný bod iným spôsobom.



A – translácia pozdĺž vertikálnej osi, B – translácia pozdĺž horizontálnej osi, C – škálovanie, D – rotácia, E – kompresia/dilatácia, F – naklonenie

vzájomné vzťahy tvarov druhov

*Stenopteryx diaphragma* a *Argyropelecus olfersi*

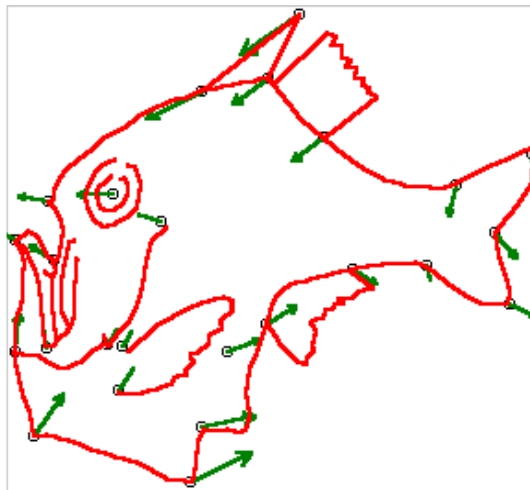
vzorové dáta z programu tpsSpline (<http://life.bio.sunysb.edu/morph/>)



*Stenopteryx diaphragma*

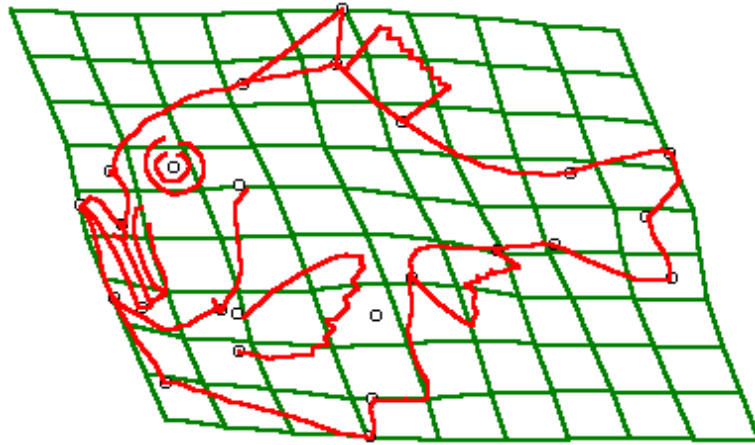


*Argyropelecus olfersi*

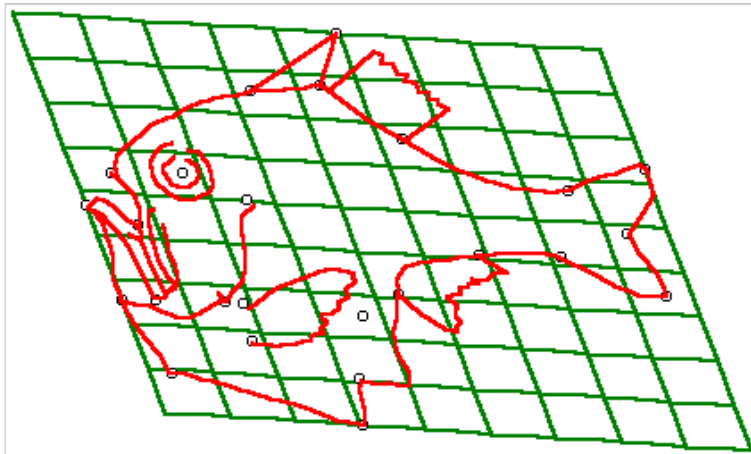


vzťahy vyjadrené pomocou vektorov

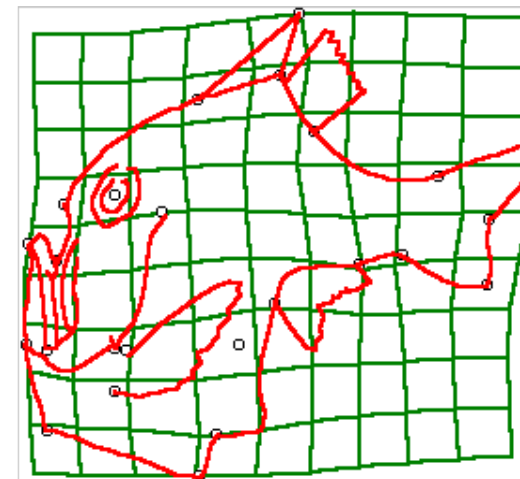
vzájomné vzťahy tvarov druhov  
*Stenopteryx diaphragma* a *Argyropelecus olfersi*



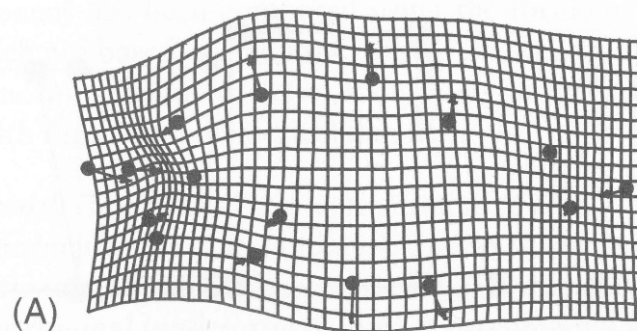
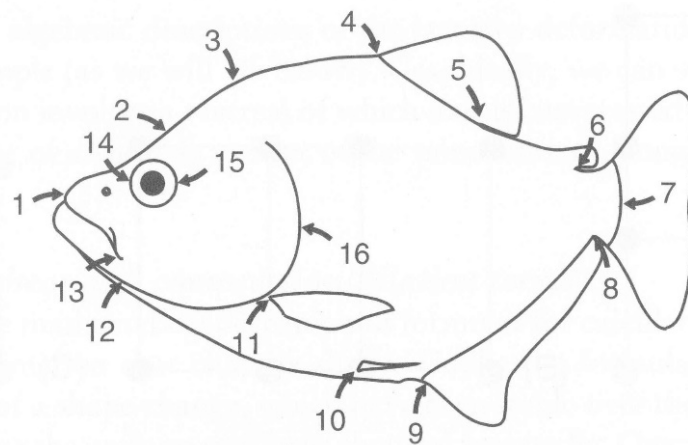
celková zmena tvaru



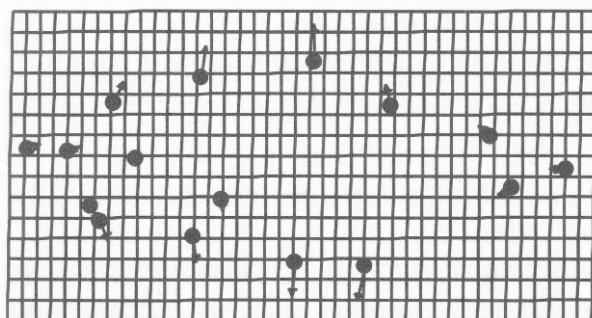
afinná zložka zmeny tvaru



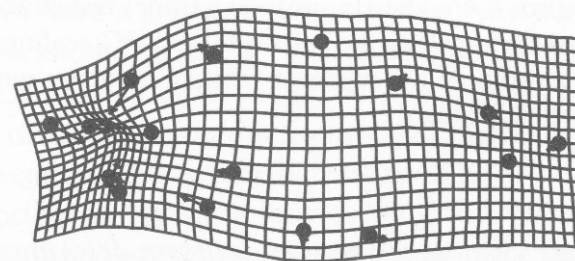
neafinná zložka zmeny tvaru



ontogenéza  
*Serrasalmus gouldingi*  
 celková zmena tvaru



(B)



(C)

vektorové vyjadrenie zmeny tvaru    neafinná zložka zmeny tvaru



## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

Na začiatku analýzy metódou ohybných plátov zvolíme referenčný objekt. Tým môže byť mladšie ontogenetické štádium, predpokladaný evolučný predok alebo priemerná konfigurácia stanovená prokrustovskou metódou.

Z referenčného objektu vypočítame maticu deformačnej energie (*bending energy matrix*)  $\mathbf{L}_p^{-1}$ , kde  $p$  je počet význačných bodov.

táto matica je funkciou vzdialeností medzi význačnými bodmi v referenčnom objekte.

Pre maticu  $\mathbf{L}$  platí, že 
$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q}^t & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

kde  $\mathbf{0}$  je 3 x 3 matica núl, ďalej

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & U(r_{12}) & U(r_{13}) & \dots & U(r_{1p}) \\ U(r_{21}) & 0 & U(r_{23}) & \dots & U(r_{2p}) \\ U(r_{31}) & U(r_{32}) & 0 & \dots & U(r_{3p}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U(r_{p1}) & U(r_{p2}) & U(r_{p3}) & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

pričom funkcia  $U$  je definovaná 
$$U(r_{ij}) = r_{ij}^2 \ln r_{ij}^2$$

kde  $r_{ij}^2$  je druhá mocnina vzdialeností medzi význačnými bodmi  $i$  a  $j$

pre maticu  $\mathbf{Q}$  platí

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_p & y_p \end{bmatrix}$$

a kde  $x$  a  $y$  sú súradnice význačných bodov referenčného objektu

## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

Rozkladom matice deformačnej energie získame vzájomne kolmé vlastné vektory nazývané parciálne deformácie (*partial warps*).

Parciálne deformácie sú závislé na konfigurácii referenčného objektu – napr. vypustenie jediného význačného bodu zmení „pattern“ všetkých deformácií.

Analógia s PCA (ide rovnako o „eigenanalysis“) - nie je úplná, lebo tu pracujeme len s jedným objektom.

Hodnoty zodpovedajúcich vlastných čísel matice deformačnej energie sú závislé na miere lokalizácie príslušnej transformácie. Čím je vlastné číslo väčšie, tým je príslušná zmena lokalizovanejšia a „energeticky náročnejšia“. Prvé tri vlastné čísla majú nulovú hodnotu, pretože zodpovedajú afinným zmenám tvaru.

## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

Parciálne deformácie samé o sebe necharakterizujú zmenu, sú len systémom koordinát (osí), ktoré nám definujú priestor v ktorom analyzujeme zmeny tvaru.

Skóre parciálnych deformácií (*partial warp scores*) pre príslušný objekt uvádzajú, aká je pozícia tohto objektu vo vzťahu k referenčnému objektu pozdĺž parciálnych deformácií.

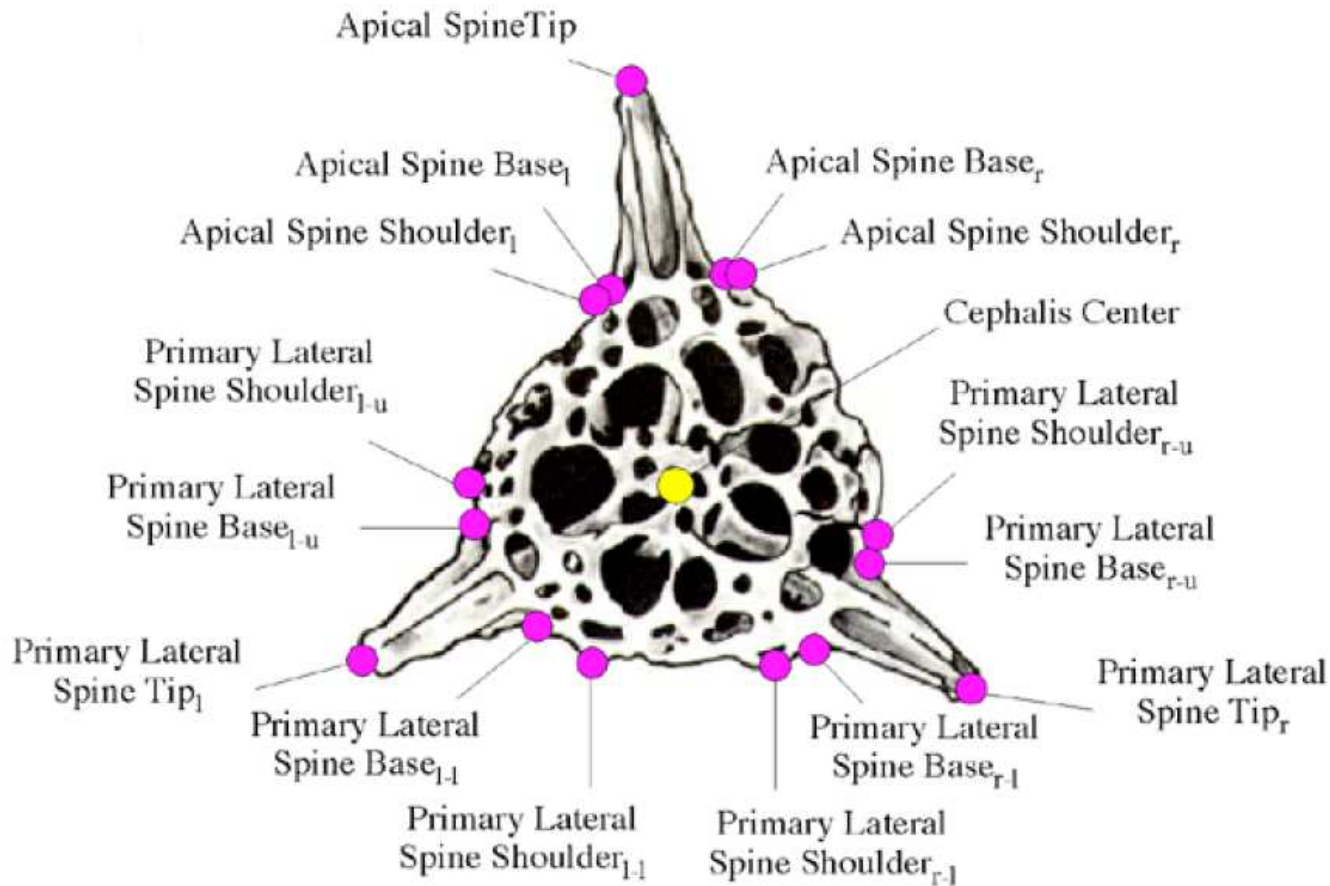
Pre každý objekt získame  $p - 3$  hodnôt (*partial warp scores*) pre osi  $x$  a  $y$  (prípadne pre osi  $x$ ,  $y$ ,  $z$  u trojrozmerných objektov). Pre  $m$  objektov potom získame buď  $m \times 2 (p - 3)$  alebo  $m \times 3 (p - 3)$  hodnôt.

## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

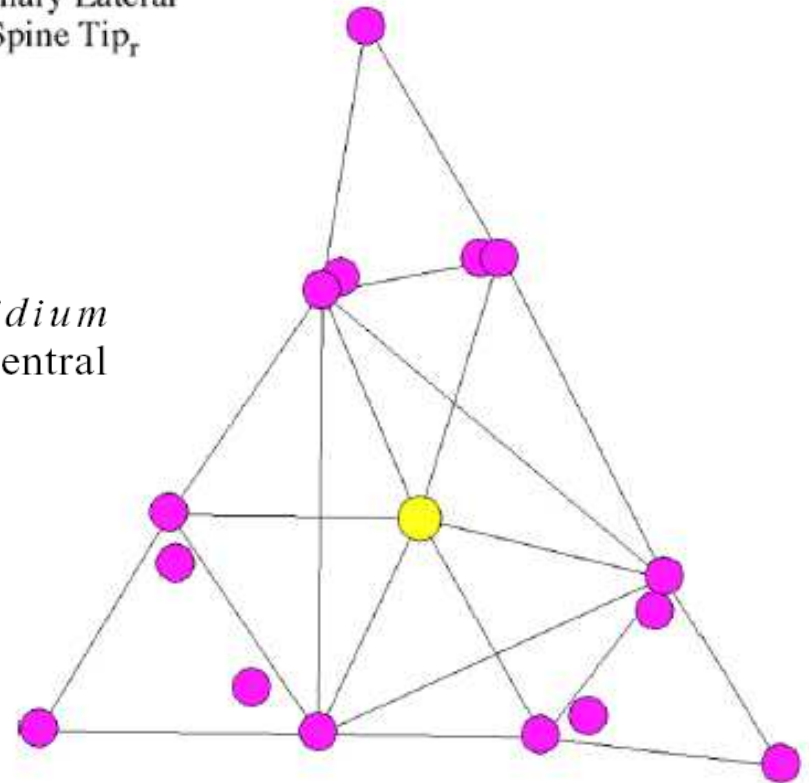
Hlavné deformácie (*principal warps*) sa vzťahujú k deformovaným povrchom (*warped surfaces, thin plate splines*), sú vlastnými funkciami matice deformačnej energie.

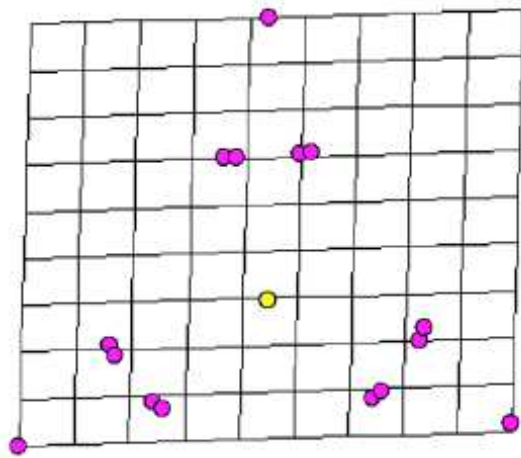
Parciálne deformácie (*partial warps*) sú premietnutím hlavných deformácií na plochu definovanú súradnicami  $x$  a  $y$  – obrazne môžeme povedať, že sú „tieňom“ hlavných deformácií na ploche definovanej súradnicami  $x$  a  $y$ .

Hlavné deformácie vychádzajú tak isto ako parciálne deformácie len z referenčného objektu.

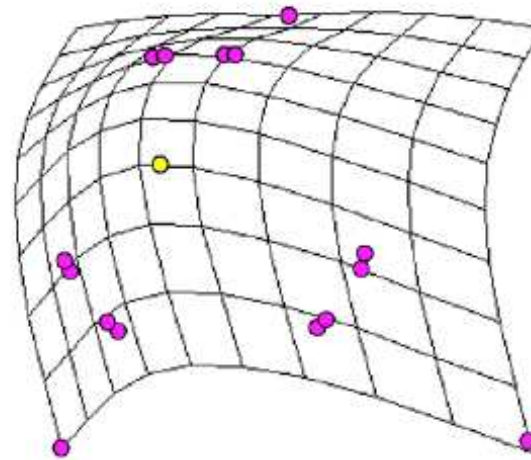


MacLeod, N. Lower and Middle Jurassic *Perispyridium* (Radiolaria) from the Snowshoe Formation, east-central Oregon. *Micropaleontology* 1988;34:289—315.

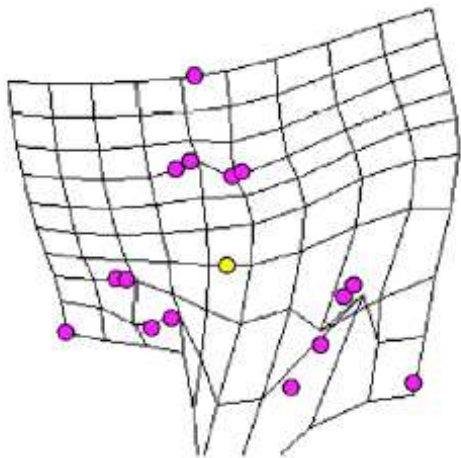




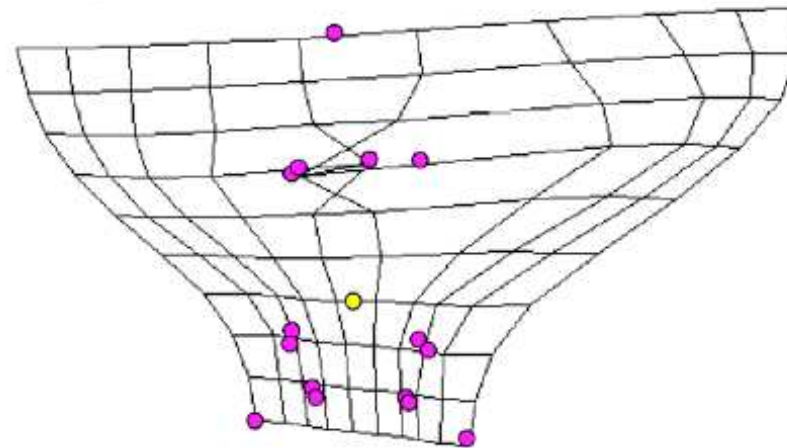
Affine Partial Warp



Non-Affine Partial Warp 13



Non-Affine Partial Warp 2



Non-Affine Partial Warp 1



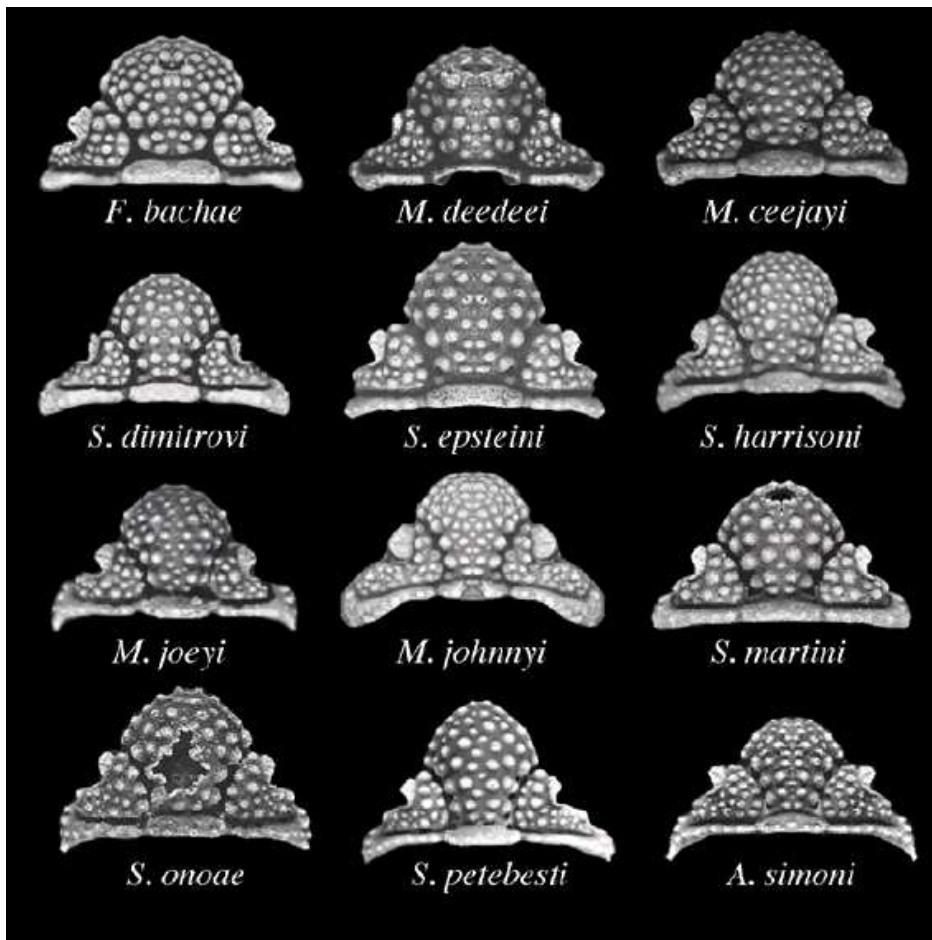
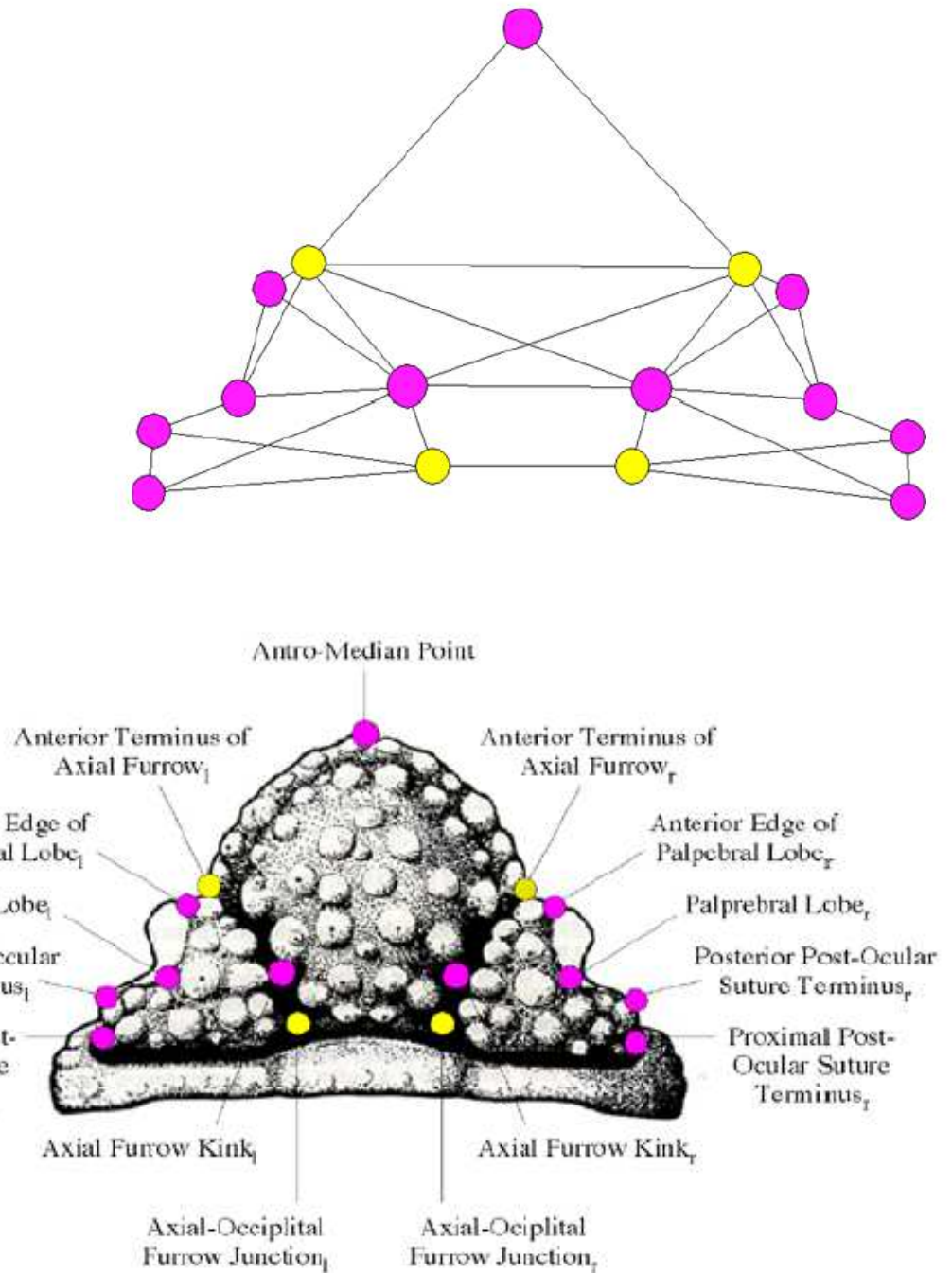
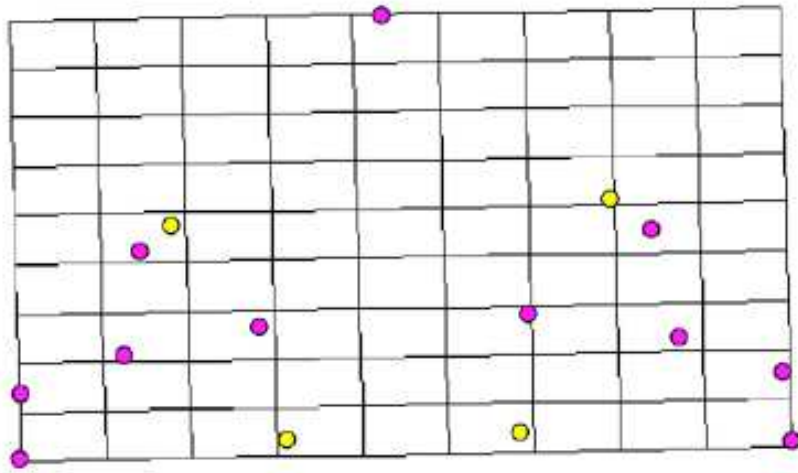


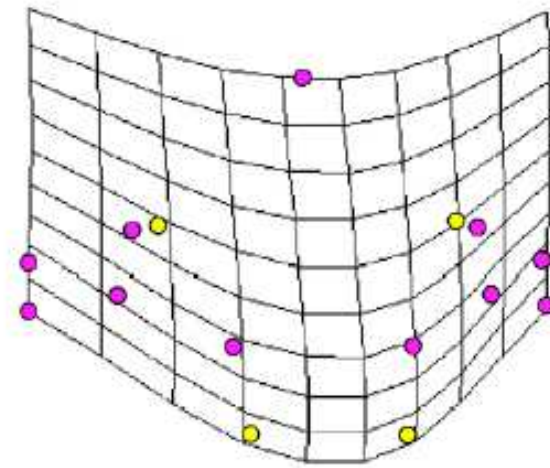
Figure 1. Representative trilobite cranidia from species in the genera *Struszia*, *Mackenziurus*, *Avalanchurus*, and *Fammia*.

Adrain, JM, and Edgecombe, GD. Silurian encrinurine trilobites from the central Canadian Arctic. *Palaeontographica Canadiana* 1997;14:1—109.

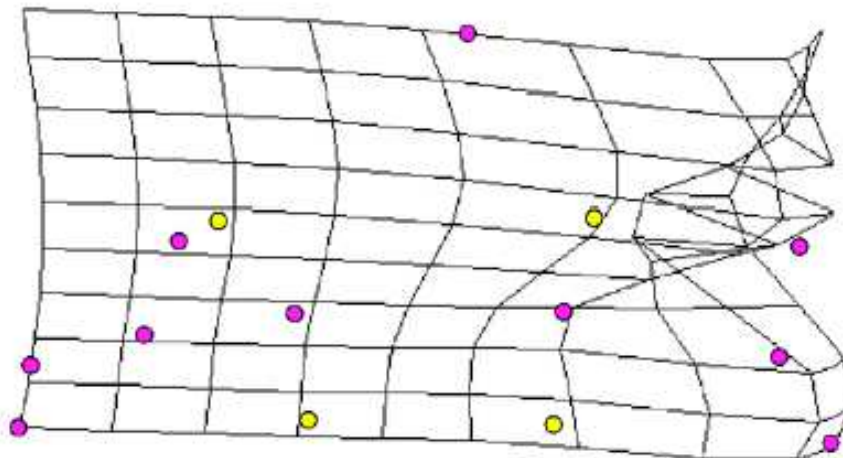




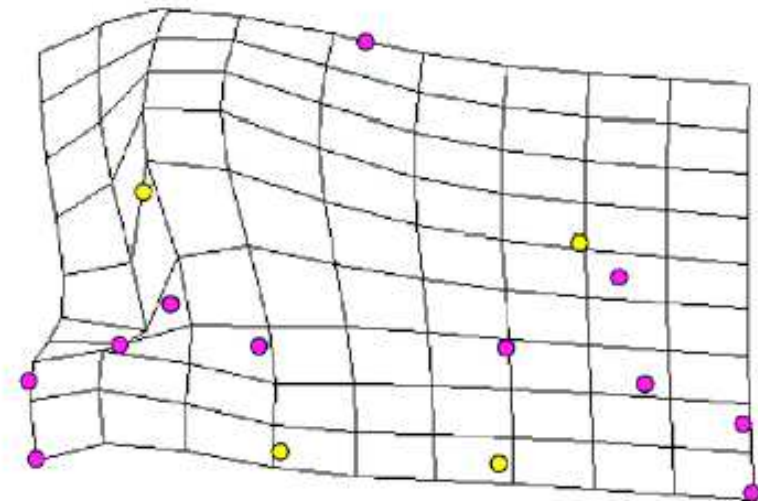
Affine Partial Warp



Non-Affine Partial Warp 12



Non-Affine Partial Warp 2



Non-Affine Partial Warp 2

## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

Ako taxonomické znaky, resp. hodnoty objektov na ordinačnom diagrame, ktoré definujú vzťahy medzi objektmi je možné využiť **relatívne deformácie** (*relative warps*).

Tieto počítame z matice čiastkových deformácií veľkosti  $m \times 2$  ( $p - 3$ ) alebo  $m \times 3$  ( $p - 3$ ) analýzou hlavných komponentov (ktorú tu nazývame analýza relatívnych deformácií, *relative warp analysis*) pomocou kovariančnej matice. Hodnoty pre jednotlivé objekty na hlavných komponentách (relatívnych deformáciách) vyjadrujú mieru rozdielu jejich tvaru.

Relatívne deformácie môžeme interpretovať aj ako hlavné komponenty distribúcie tvarov v priestore, ktorý je v tangentnej pozícii ku Kendallovmu priestoru.

## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

Hodnoty parciálnych deformácií pred výpočtom relatívnych deformácií môžeme upraviť pomocou koeficientu  $\alpha$  :

$\alpha > 0$  – väčšiu váhu majú globálne deformácie, s nižšou mierou energie

$\alpha < 0$  – väčšiu váhu majú lokálne deformácie, s vyššou mierou energie

využívajú sa hodnoty z intervalu  $-1$  do  $+1$

## Metóda ohybných plátov (*thin plate spline*)

Relatívne deformácie možno počítať aj priamo z Prokrustových „rezíduí“ (residuals) – z vektorov spájajúcich význačné body porovnávaného objektu a konsenzuálnej konfigurácie po ich superpozícii (suma druhých mocnín dĺžok týchto vektorov je približne rovná druhej mocnine Prokrustovej vzdialenosti medzi porovnávaným objektom a konsenzuálnou konfiguráciou v Kendallovom priestore).

Platí, že suma druhých mocnín skóre parciálnych deformácií sa rovná druhej mocnine Prokrustovej vzdialenosti od referenčného objektu.

## Use of Geometric Morphometrics to Differentiate *Gila* (Cyprinidae) within the Upper Colorado River Basin<sup>1</sup>

MICHAEL E. DOUGLAS, MARLIS R. DOUGLAS, JOHN M. LYNCH, AND DOUGLAS M. McELROY

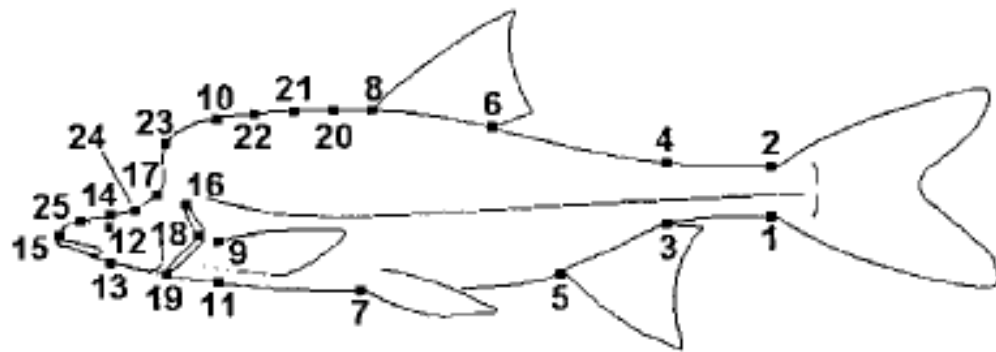


Fig. 1. Landmarks used in the current study. Definitions are given in text or in McElroy and Douglas (1995).

TABLE 1. MATERIAL EXAMINED.

Site	Codes	<i>Gila cypha</i>	<i>Gila robusta</i>
Black Rocks Cn, UT	BR	25	19
Cataract Cn, UT	CC	11	6
Desolation Cn, UT	DC	22	24
Little CO River, AZ	LC	28	—
Westwater Cn, UT	WW	57	56
Yampa River, CO	YR	5	65
DeBeque Cn, CO	DB	—	20
Rifle Cn, CO	RI	—	25

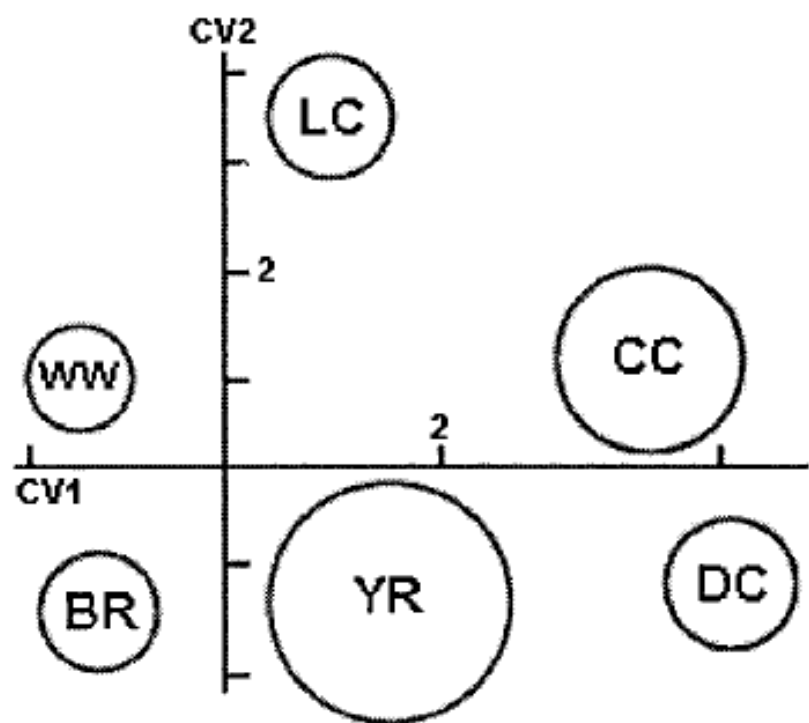


Fig. 2. Shape variation among six *Gila cypha* populations based on the first two variates derived from a canonical analysis of shape coordinates. Population abbreviations follow Table 1. Circles represent 95% confidence intervals for the group mean.

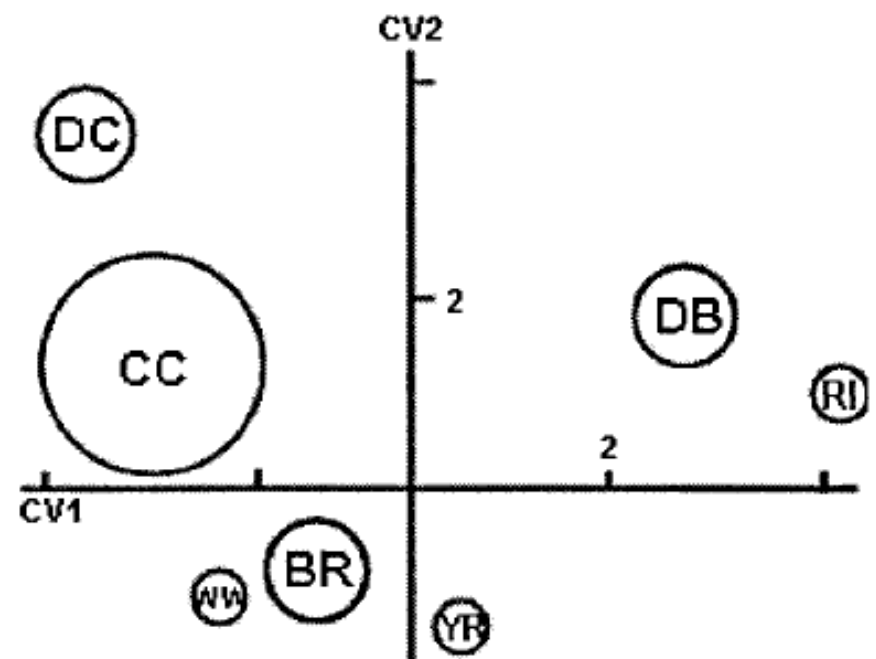


Fig. 3. Shape variation among seven *Gila robusta* populations based on the first two variates derived from a canonical analysis of shape coordinates. Population abbreviations follow Table 1. Circles represent 95% confidence intervals for the group mean.

TABLE 2. CLASSIFICATION RESULTS FOR *Gila cypha* FROM A CANONICAL ANALYSIS OF SHAPE COORDINATES. Numbers in parentheses are classification results from truss analysis of McElroy and Douglas (1995). Key to sample codes is given in Table 1.

	BR	CC	DC	LC	WW	YR
BR	24 (24)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	1 (1)	0 (0)
CC	0 (0)	11 (11)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
DC	0 (0)	0 (0)	22 (22)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
LC	0 (0)	0 (0)	0 (0)	28 (28)	0 (0)	0 (0)
WW	3 (1)	0 (0)	0 (0)	0 (1)	54 (55)	0 (0)
YR	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	5 (5)

TABLE 3. CLASSIFICATION RESULTS FOR *Gila robusta* FROM A CANONICAL ANALYSIS OF SHAPE COORDINATES. Numbers in parentheses are classification results from truss analysis of McElroy and Douglas (1995). Key to sample codes is given in Table 1.

	BR	CC	DC	WW	YR	DB	RI
BR	19 (18)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (1)	0 (0)	0 (0)
CC	0 (0)	6 (6)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
DC	0 (0)	0 (0)	24 (24)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
WW	2 (0)	0 (0)	0 (0)	52 (52)	2 (1)	0 (2)	0 (0)
YR	3 (1)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	62 (63)	0 (1)	0 (0)
DB	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (1)	20 (19)	0 (0)
RI	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	1 (1)	0 (0)	24 (24)



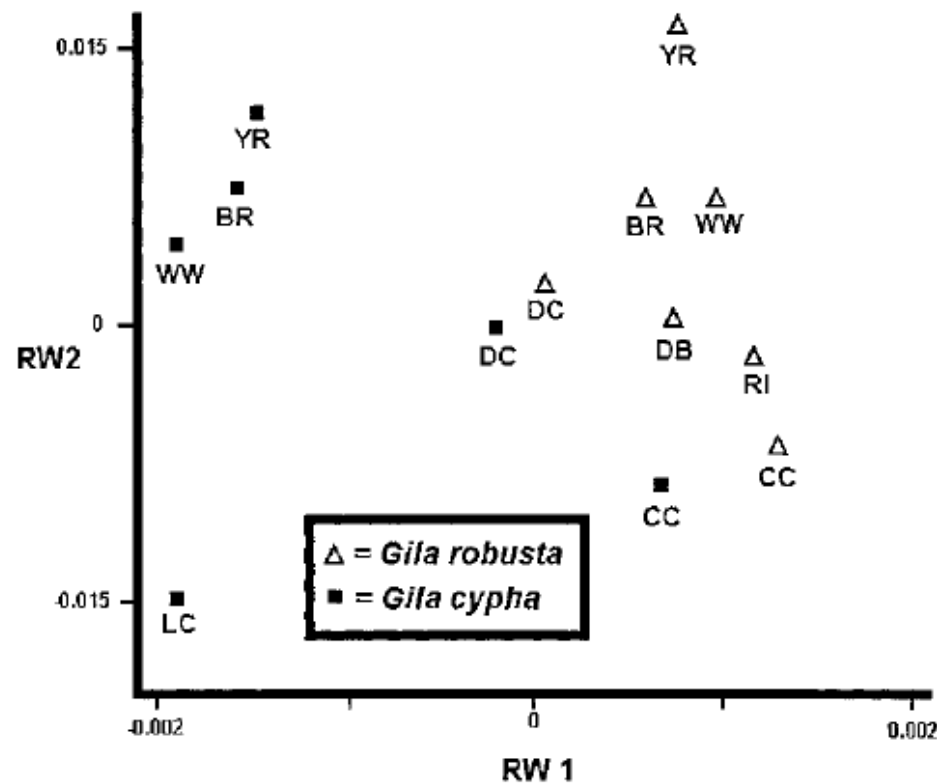


Fig. 4. Shape variation among 13 populations of *Gila cypha* and *Gila robusta* based upon the first two relative warps (RWs) of a relative warp analysis of shape coordinates using the grand mean as the tangent configuration. Population abbreviations follow Table 1.

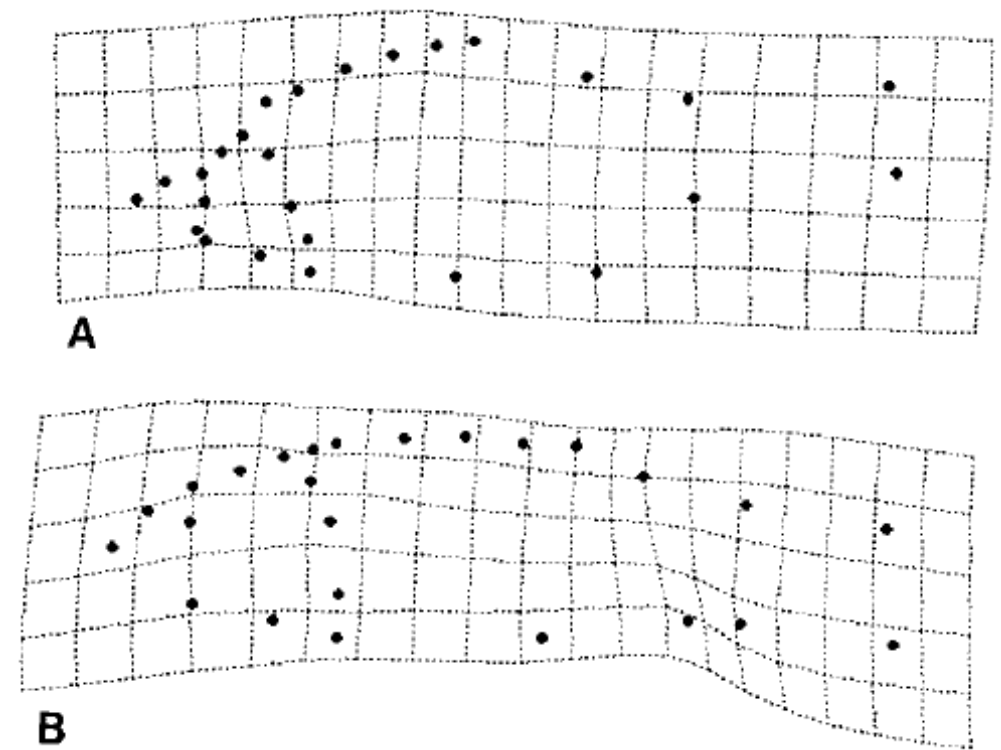


Fig. 5. Splines illustrating shape variation among the first relative warp axis of Figure 4. (A) corresponds to negative values of the warp and depicts a phenotype indicative of *Gila cypha*; (B) corresponds to positive values of the warp and demonstrates a *Gila robusta* phenotype.

## INTEGRATING DEVELOPMENTAL EVOLUTIONARY PATTERNS AND MECHANISMS: A CASE STUDY USING THE GASTROPOD RADULA

R. P. GURALNICK<sup>1,2</sup> AND D. R. LINDBERG<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Integrative Biology and Museum of Paleontology, University of California, Berkeley, California 94720-4780

<sup>2</sup>E-mail: robg@ucmp1.berkeley.edu

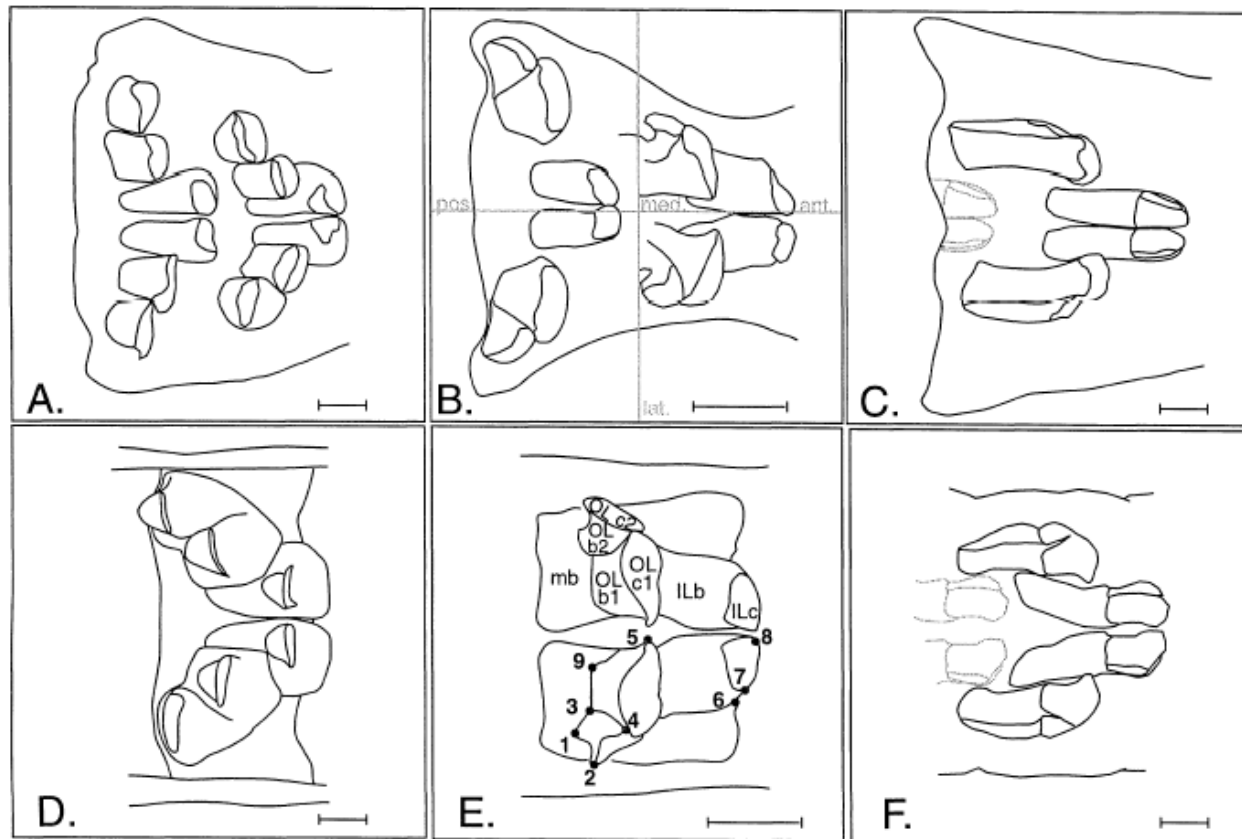


FIG. 3. Tracings from light micrographs of the taxa used in the morphometric analysis. Included on the diagram are the axes for orientation (anteroposterior and mediolateral), landmarks used in the study and labels showing the names of different elements. (A) Posterior two radular rows of *Acmaea mitra*. (B) Posterior two rows of *Lottia ceciliana* as well as axes. (C) Second-most posterior row of *Nacella concinna*. Teeth in gray are the ILs of the next most posterior row. (D) Anterior row of *A. mitra*. (E) Anterior row of *L. ceciliana* showing the nine landmarks used in the analysis on one side and labels of the subparts of the radula on the other. (F) Anterior row of *N. concinna*. ILc, IL cusp; ILb, IL base; mb, membrane plate; OLb1, the medial outer lateral base; OLb2, the lateral outer lateral base; OLc1, the medial cusp of the outer lateral; OLC2, the lateral cusp of the outer lateral. Scale bar = 100 $\mu$ m.

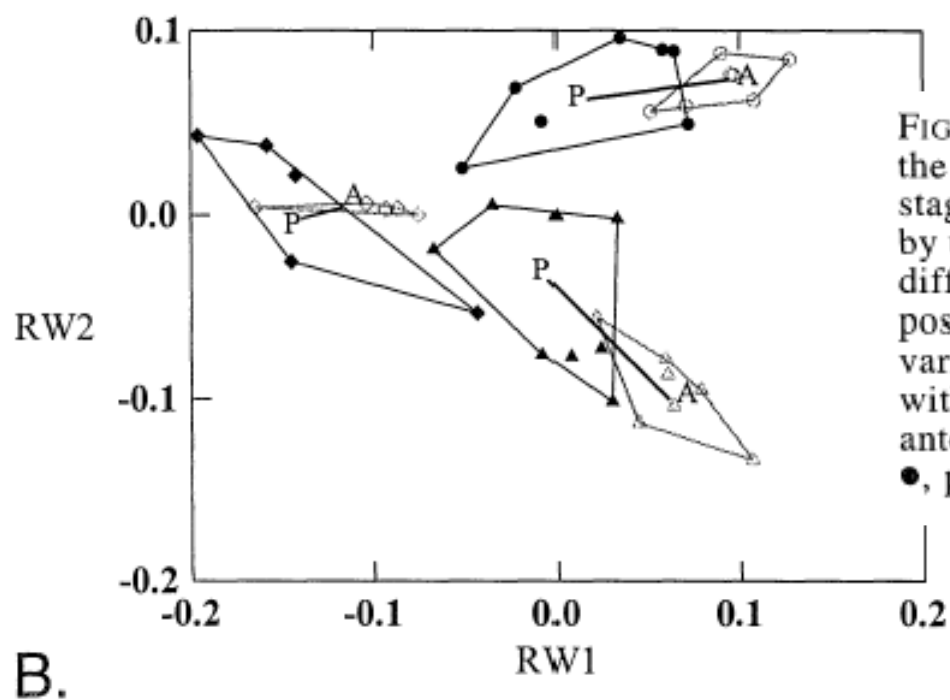
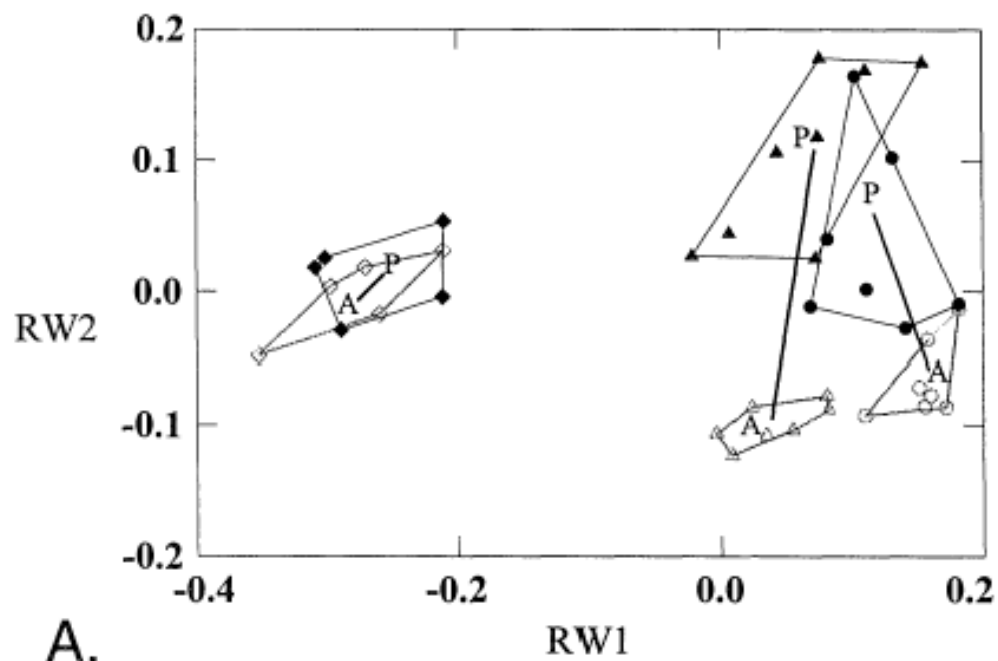


FIG. 4. Bivariate scatterplot for the relative warps axes that explain the most variation in the sample. We have grouped by ontogenetic stage and by taxon. Anterior rows and posterior rows are represented by unfilled and filled symbols respectively. Taxa are represented by different symbols. We draw trajectories between the anterior and posterior clusters for each taxon to show general patterns. (A) Bivariate plot with uniform component included. (B) Bivariate plot with uniform component excluded.  $\blacklozenge$ , posterior row *Nacella*;  $\diamond$ , anterior row *Nacella*;  $\blacktriangle$ , posterior row *Lottia*;  $\triangle$ , anterior row *Lottia*;  $\bullet$ , posterior row *Acmaea*;  $\circ$  anterior row *Acmaea*.

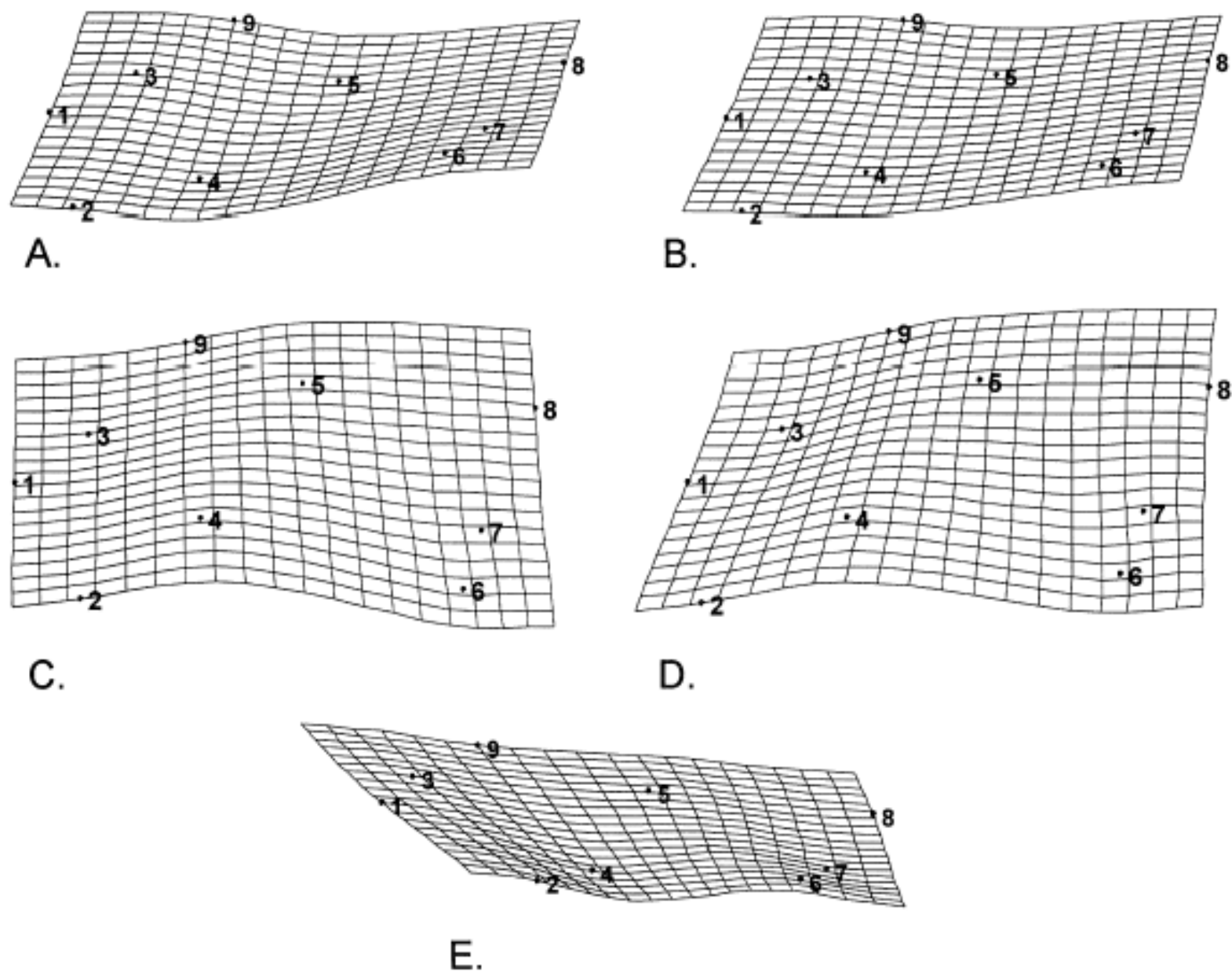


FIG. 5. Diagram of the general shape changes of different groups and ontogenetic stages implied by the relative warp shape space with the uniform component included (Fig. 4A). Shape change for (A) *Lottia* posterior rows; (B) *Acmaea* posterior rows (C) *Lottia* anterior rows; (D) *Acmaea* anterior rows; (E) *Nacella* posterior and anterior rows.



## The species delimitation problem applied to the *Agabus bipustulatus* complex (Coleoptera, Dytiscidae) in north Scandinavia

MARCUS K. DROTZ\* and ANSSI SAURA

*Department of Molecular Biology/Genetics, Umeå University, SE-901 87 Umeå, Sweden*

ANDERS N. NILSSON

*Department of Ecology and Environmental Science, Umeå University, SE-901 87 Umeå, Sweden*

### MORPHOLOGICAL CHARACTERS

Twelve adult morphological characters were analysed with a Wild M3C dissecting microscope (Heerbrugg 310345) and a Wild 10 × 21B eyepiece graticule (Heerbrugg 445111). The specimens were killed in 70% ethanol and pinned prior to analysis. The following characters were studied at 40 × magnification; HSW, PSW, ESW and PS, and at 25 × magnification; PL, WS, FL and FW (for explanation, see Table 2). The primary reticulation of the beetle consists of small uniform hexagonal meshes, and the secondary reticulation consists of oblong meshes delimited by coarse impressed lines.

Thirteen landmarks were chosen for the TSRWA:

- (1) Pronotum, left anteriolateral angle.
- (2) Pronotum, mid point between landmarks 1 and 3.
- (3) Pronotum, left posteriolateral angle.
- (4) Left elytron, posterior apex.
- (5) Right elytron, posterior apex.
- (6) Pronotum, right posteriolateral angle.

- (7) Pronotum, mid point between landmarks 6 and 8.
- (8) Pronotum, right anteriolateral angle.
- (9) Pronotum, central anterior margin.
- (10) Pronotum, central posterior margin.
- (11) Scutellum, posterior apex.
- (12) Right elytron, lateral point at widest portion.
- (13) Left elytron, lateral point at widest portion.

The head was not included because its flexibility could affect the outcome of the analysis (Nilsson, 1985; Ribera & Nilsson, 1995). The landmarks were digitized on to a Summa Sketch III (Summagraphics) graphics tablet.

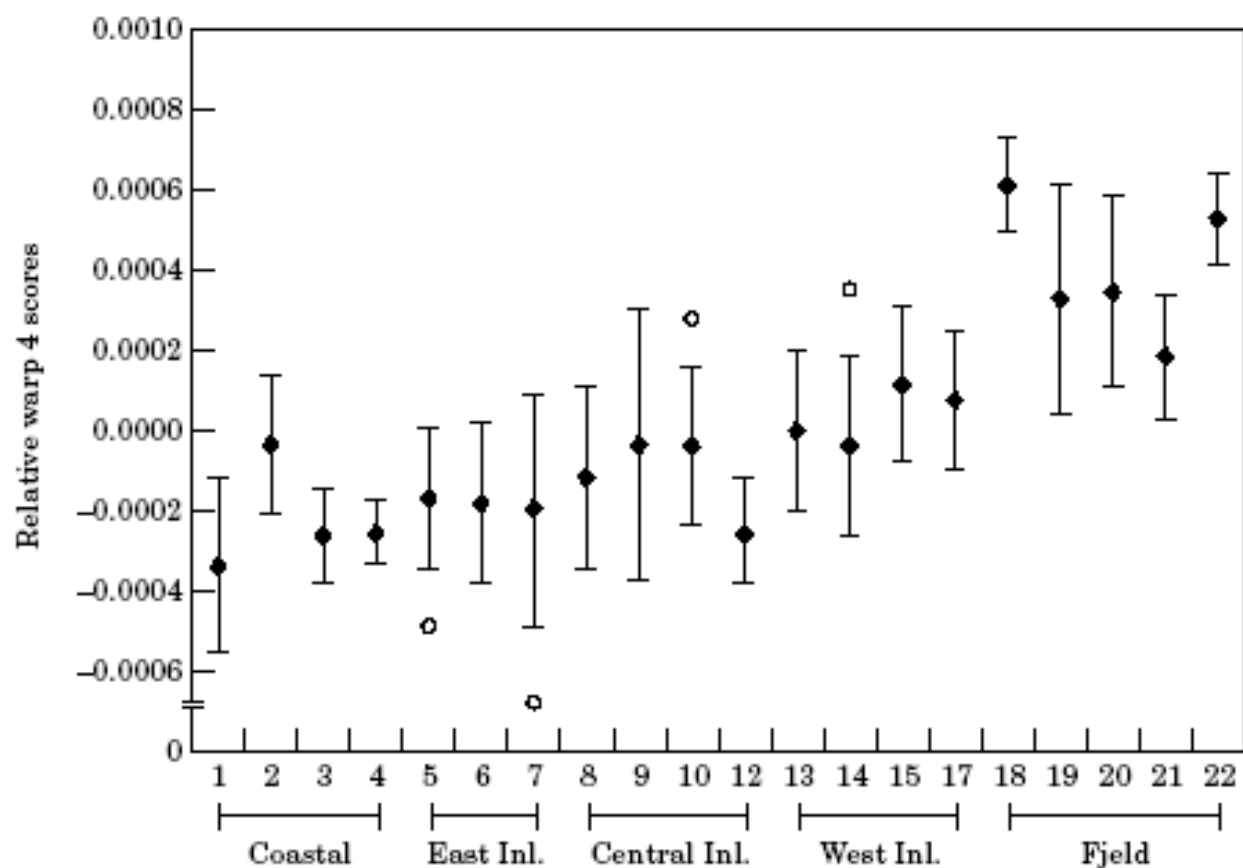


Figure 2. Female relative warp 4 (RW4) scores for each locality in the transect, except 11 and 16 because of too few females. The outlier (○) is defined with an outlier coefficient of  $1.5 \times$  the difference of the upper and lower levels of the mean (◆) and standard error.

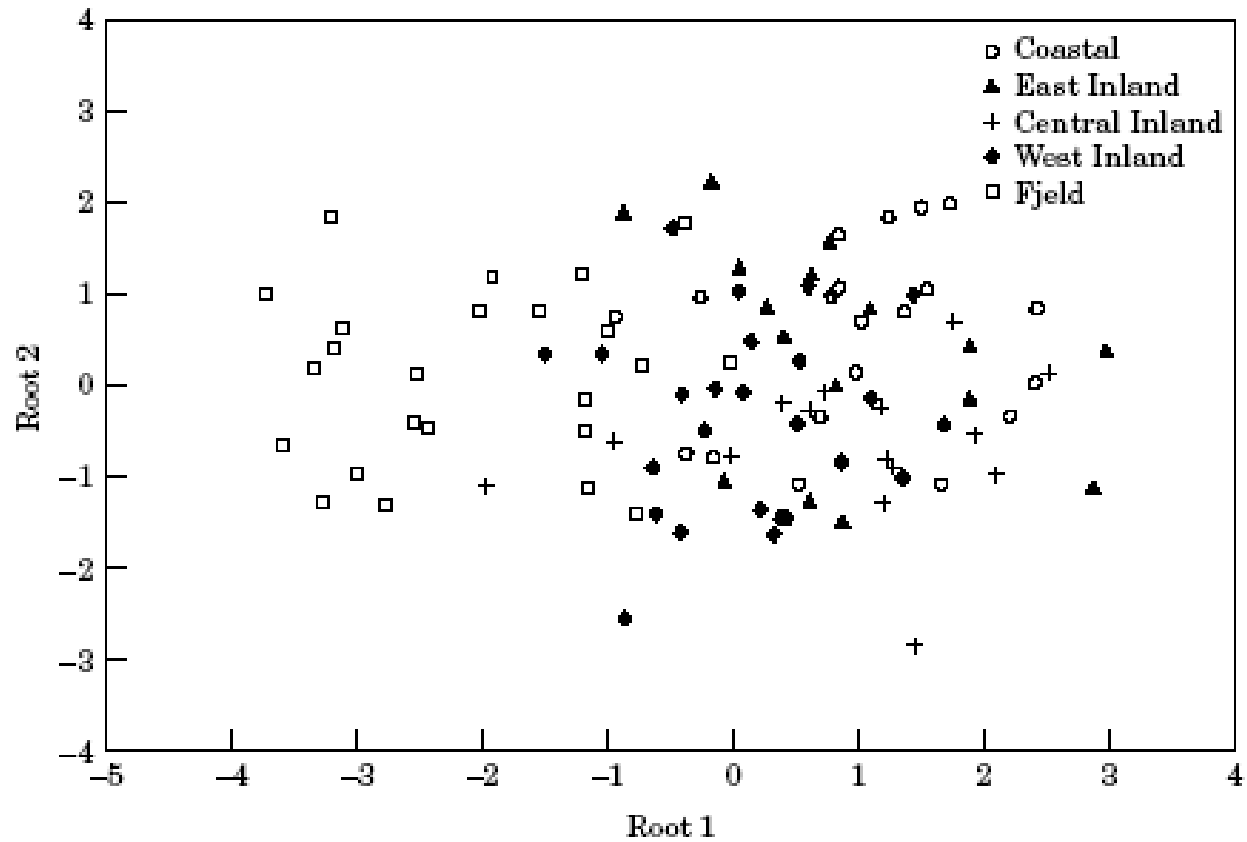


Figure 1. Scores plot from the females' Canonical Variates Analysis (CVA) landmark analysis, showing the large overlaps between the different regions.

## Quantifying temporal bone morphology of great apes and humans: an approach using geometric morphometrics

Charles A. Lockwood,<sup>1</sup> John M. Lynch<sup>2</sup> and William H. Kimbel<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Anthropology & Institute of Human Origins, and <sup>2</sup>Barrett Honors College & Institute of Human Origins, Arizona State University, Tempe, AZ 85287, USA

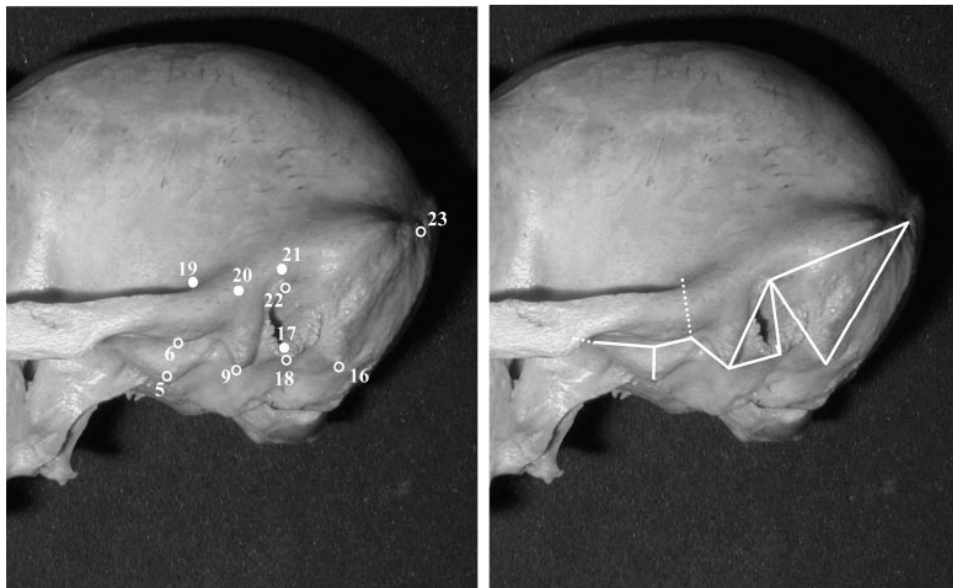
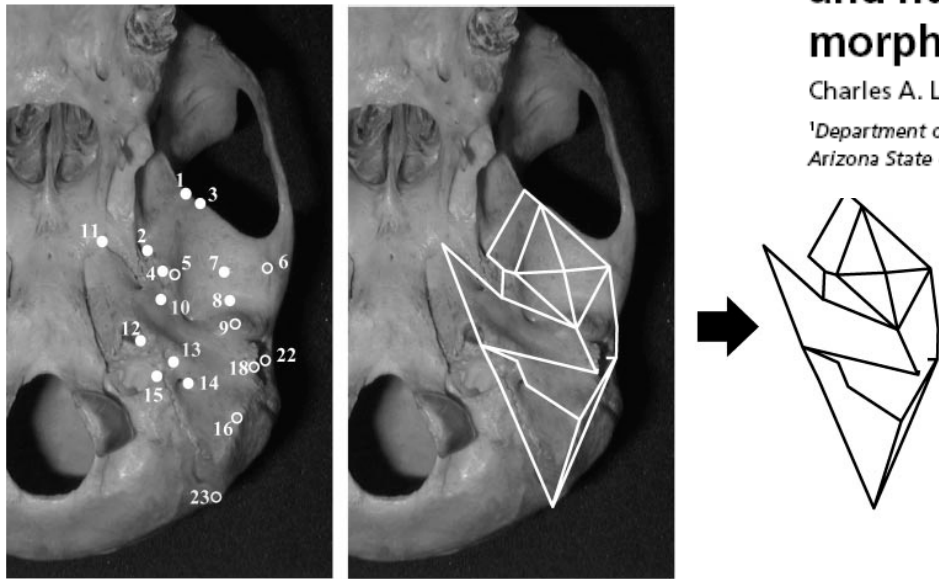


Fig. 1 Landmarks used in this study, labelled on a chimpanzee cranium in inferior view (above) and lateral view (below). Numbers correspond to those given in Table 2. Some landmarks (open circles) are labelled in both views. Temporal bone form is illustrated by use of wireframe diagrams linking landmarks, as shown in the panels on the right.



Fig. 3 PCA of all hominids. (a) The first three PCs summarize the differences among all species. (b) The analysis is dominated by the differences between humans and great apes, as described by PC1. The points marked '1' and '2' are the reference and target shapes for the thin-plate spline transformation illustrated in Figs 5 and 6.

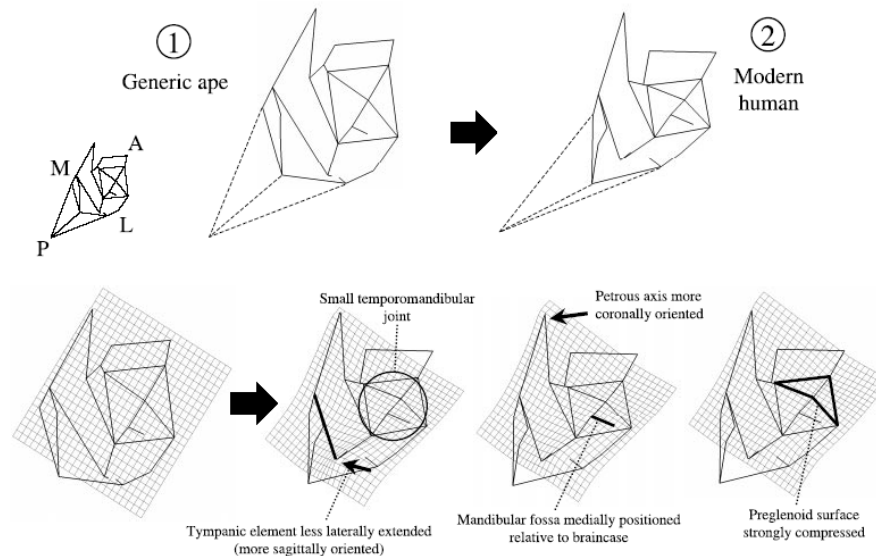
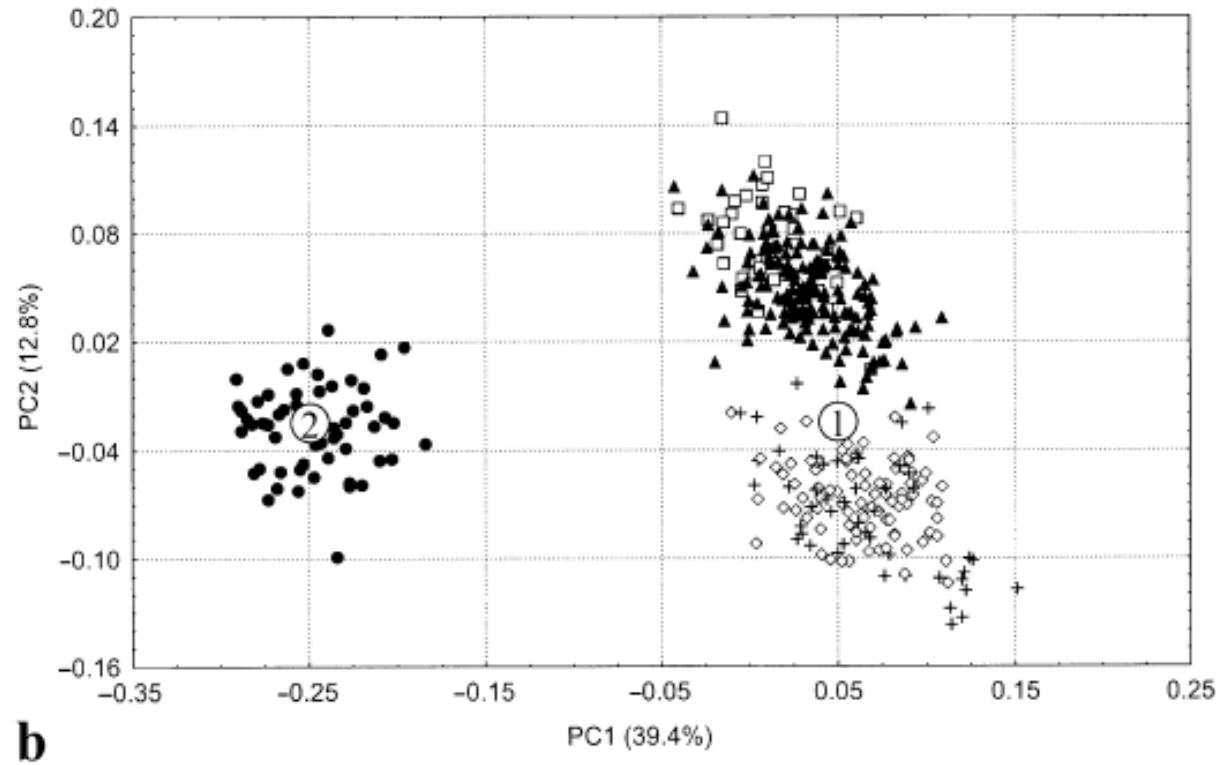


Fig. 5 Thin-plate spline transformation between apes and modern humans. Inferior view. Numbers correspond to those given in Fig. 3 and indicate the position of the reference and target shapes in the PCA. Dashed lines indicate the position of asterion, for display purposes. That landmark is not incorporated into the analysis. In this and all spline figures, different positions of the spline are shown, highlighting different aspects of the transformation. The labelled features are human traits.

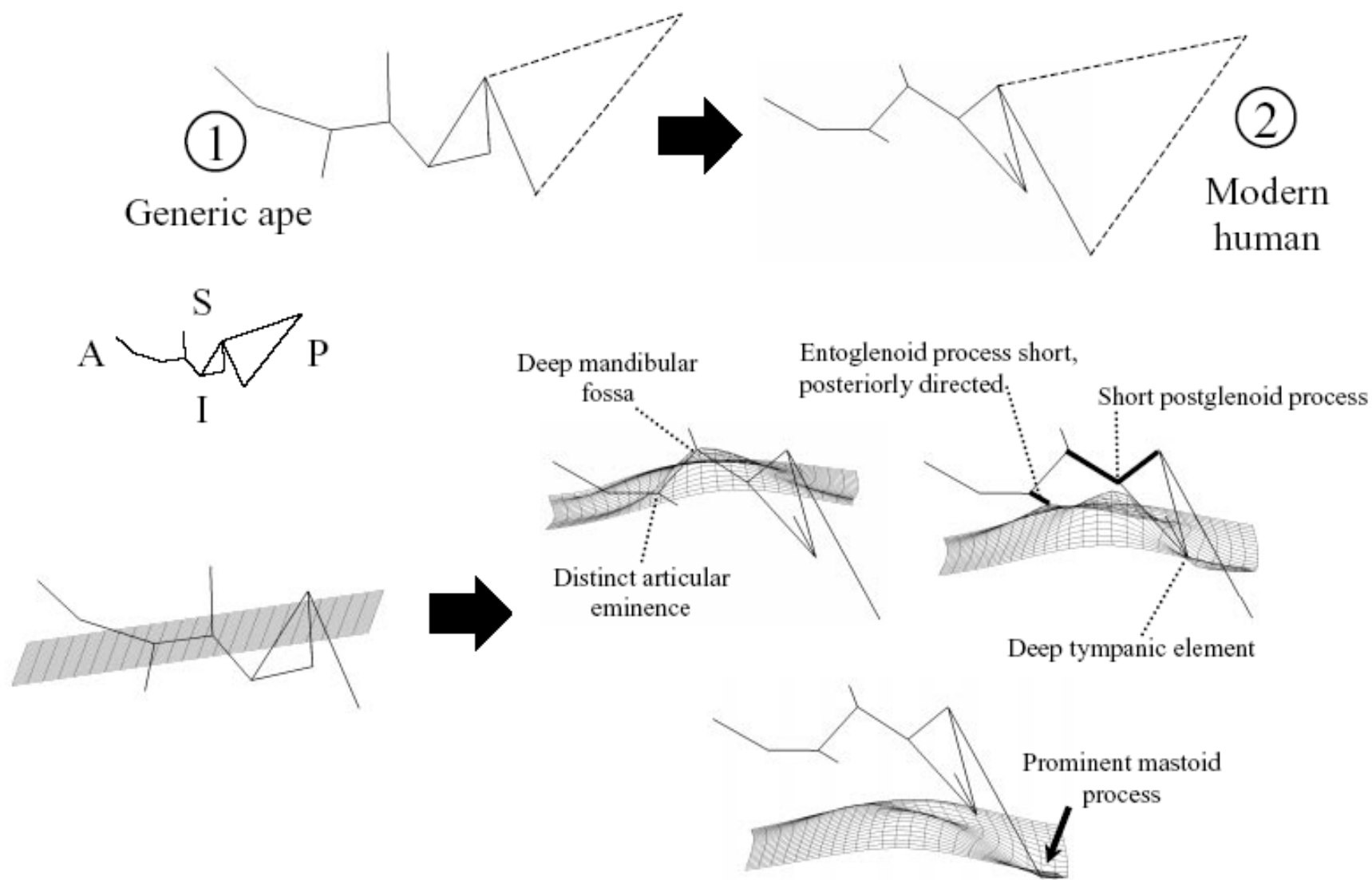


Fig. 6 Thin-plate spline transformation between apes and modern humans. Lateral view. Numbers correspond to those in Fig. 3 and indicate the position of the reference and target shapes in the principal component analysis. Dashed lines indicate the position of asterion, for display purposes. That landmark is not incorporated into the analysis. Some human characteristics are indicated.

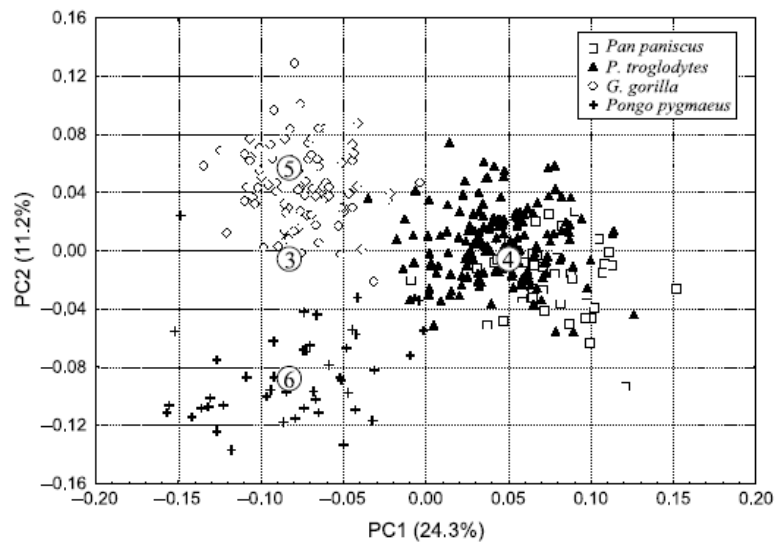


Fig. 7 PCA of the great apes. The first two PCs summarize the differences among species. The numbered points are the reference and target shapes for the thin-plate spline transformations illustrated in Figs 9 and 10.

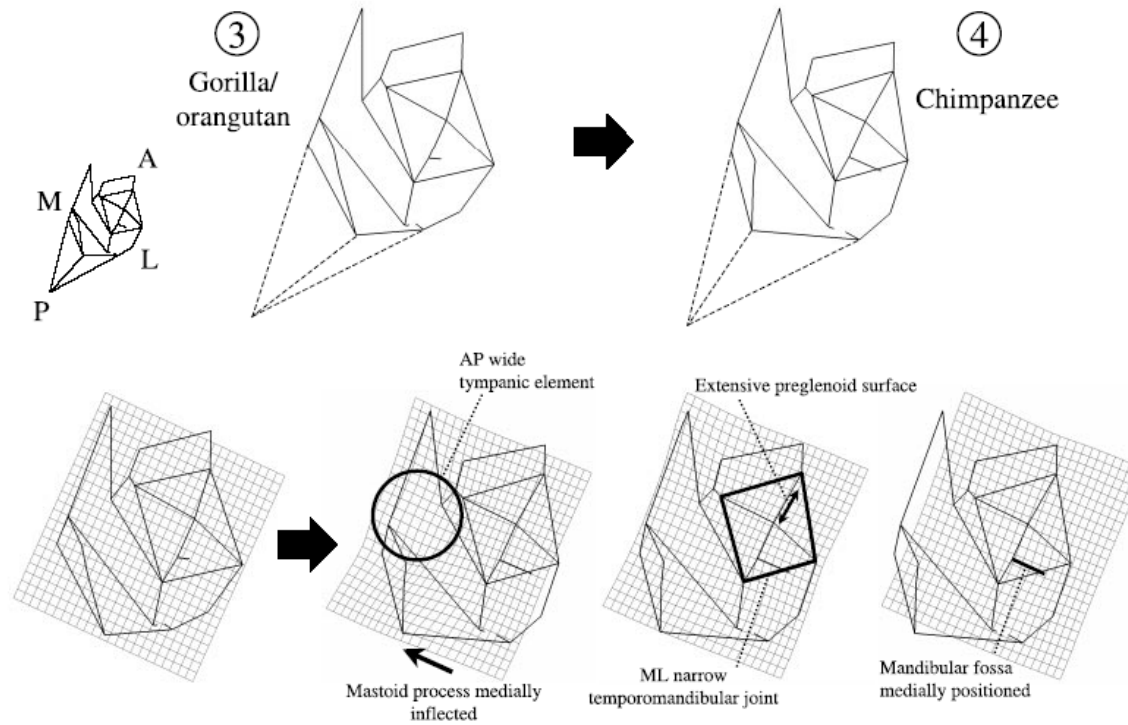
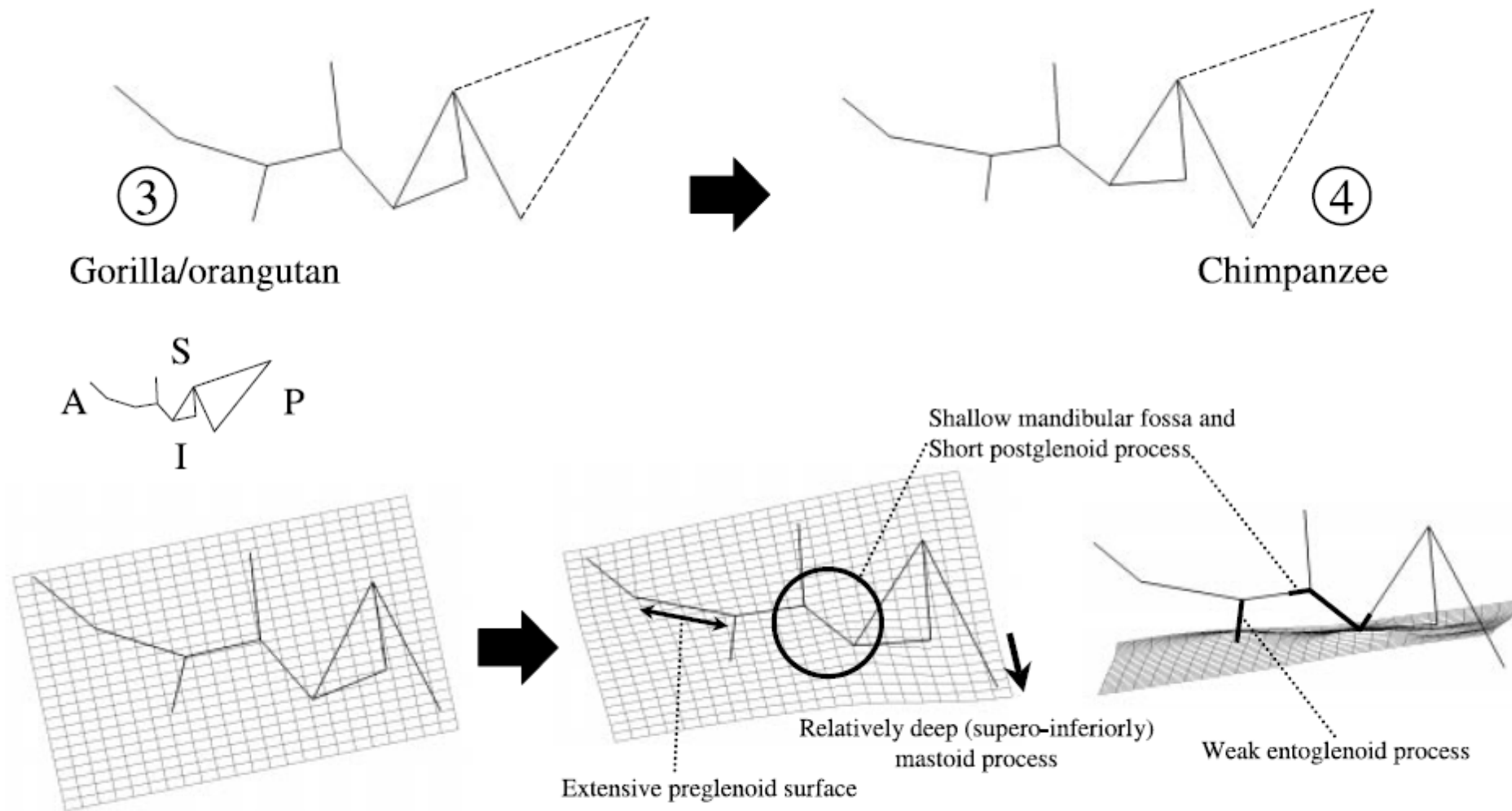


Fig. 8 Thin-plate spline transformation between a reference shape phenetically intermediate between *Gorilla* and *Pongo*, and a target shape at the *Pan troglodytes* centroid. Inferior view. Numbers correspond to those in Fig. 7 and indicate the position of the reference and target shapes in the PCA. Dashed lines indicate the position of asterion, for display purposes. That landmark is not incorporated into the analysis.



**Fig. 9** Thin-plate spline transformation between a reference shape phenetically intermediate between *Gorilla* and *Pongo*, and a target shape at the *Pan* centroid. Lateral view. Numbers correspond to those in Fig. 7 and indicate the position of the reference and target shapes in the principal component analysis. Dashed lines indicate the position of asterion, for display purposes. That landmark is not incorporated into the analysis.