

Detekce kartografického zobrazení z mapy s využitím genetických algoritmů

Tomáš Bayer

*Přírodovědecká fakulta Univerzity Karlovy v Praze
Albertov 6, Praha 2
bayertom@natur.cuni.cz*

Abstrakt. Článek se zabývá problematikou detekce neznámého kartografického zobrazení a odhadem jeho parametrů z analyzované mapy. S využitím kombinace několika invariantů jsou hledány vzájemné vztahy mezi odpovídajícími 0D-2D prvky v analyzované a referenční mapě. Navržené řešení minimalizuje metodou diferenciální evoluce váhovou funkcí sestavenou nad těmito invarianty. Výsledkem je odhad následujících parametrů kartografického zobrazení: souřadnice $[\varphi_k, \lambda_k]$ kartografického pólu, zeměpisné šířky nezkreslené rovnoběžky φ_0 a posunu základního poledníku λ_0 . Informace o použitém kartografickém zobrazení představují důležitou položku kartografických metadat a mohou být využity pro zlepšení georeference mapy či studium jejich geometrických vlastností.

Klíčová slova: Digitální kartografie, kartografické zobrazení, detekce, turning funkce, diferenciální evoluce

1 Úvod

Problematika automatizovaného určení parametrů kartografického zobrazení spadá do třídy kartometrických analýz. Z algoritmického hlediska představuje poměrně obtížný, avšak zajímavý, problém, kombinující metody z oblasti aplikované matematiky a výpočetní geometrie. Tento typ analýz může nalézt uplatnění zejména u starších map, atlasů či map s absencí informace o použitém zobrazení. Získané informace mohou posloužit pro zpřesnění georeference mapy či při jejím dalším kartografickém studiu.

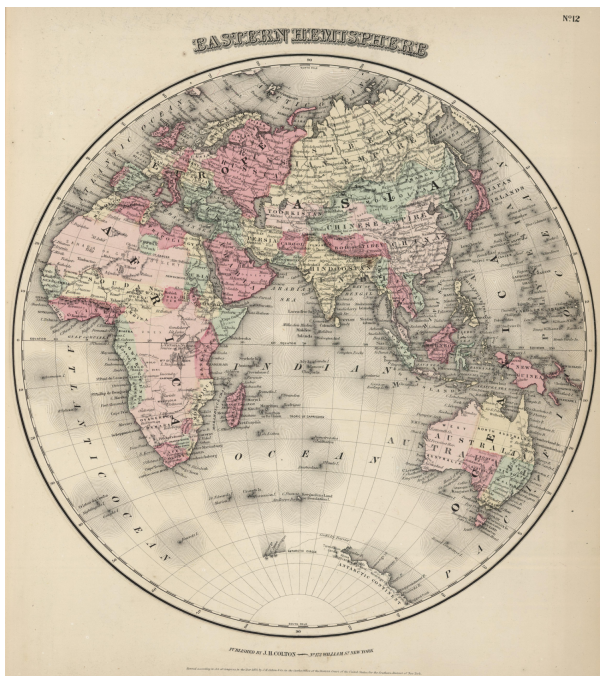
Požadavek na automatizovanou detekci kartografického zobrazení z mapy vznikl v souvislosti prováděnou digitalizací a katalogizací Mapové sbírky Přírodovědecké fakulty Univerzity Karlovy v Praze v rámci projektu TEMAP. Při revizi mapového fondu bylo zjištěno, že informace o použitém zobrazení, která je součástí bibliografického standardu 'Marc 21' (Field 034: Coded Cartographic Mathematical Data, Field 255B: Cartographic Mathematical Data), není u většiny digitalizovaného fondu uvedena. Při návrhu metodiky byl zohledněn časový požadavek na nalezení řešení (cca 15 min) odpovídající zhruba době, kterou katalogizátor podle současného plánu může věnovat zpracování jednoho mapového exempláře.

2 Kartografické zobrazení

Regulární zobrazení $\mathbb{Z}, \mathbb{Z} : S_1 \rightarrow S_2$ zobrazující povrch S_1 (elipsoid/koule) nebo jeho část na povrch S_2 (koule/rovina) je popsáno souřadnicovými funkcemi F, G

$$x = F(\varphi, \lambda, \lambda_0), \quad y = G(\varphi, \lambda, \varphi_0). \quad (1)$$

Vzorce vyjadřují vztah mezi bodem $p = [\varphi, \lambda]$ na referenční ploše a jeho obrazem



Obrázek 1: Ukázka analyzované mapy východní polokoule z David Rumsay Map Collection.

3 Vstupní parametry detekce

Základní předpoklad úspěšného provedení analýz představuje nalezení vhodných geometrických parametrů prvků v analyzované mapě a v referenční mapě, ze kterých by bylo možné zpětně odvodit informace o tom, zda, a případně jaké, kartografické zobrazení bylo použito.

Porovnávání je prováděno vzhledem k seznamu cca. nejčastěji používaných kartografických zobrazení. Při analýze jsou použity vybrané obsahové prvky digitalizované mapy představované 0D2D elementy, u kterých nepředpokládáme v průběhu času významnou změnu polohy (např. sídla, vodní toky).

Množina testovacích a referenčních prvků. Označme množinu prvků $P = \{P_1, \dots, P_n\} \subset \mathbb{R}^2$, $Q = \{Q_1, \dots, Q_n\} \subset \mathbb{R}^2$, ($1 \leq n \leq \infty$), kde P_i představuje bod, linii či uzavřenou oblast v analyzované mapě a $Q = \{Q_1, \dots, Q_n\} \subset \mathbb{R}^2$, ($1 \leq n \leq \infty$) množinu odpovídajících prvků na sféře.

Určované parametry \mathbb{Z} . Vzorec (2) lze vyjádřit pro bod $Q_i = (\varphi_i, \lambda_i)$ a jeho obraz $P_i = [x_i, y_i]$ ve tvaru

$$x_i = F(H(\varphi_i, \lambda_i, \varphi_k, \lambda_k), \lambda'_0), \quad y_i = G(H(\varphi_i, \lambda_i, \varphi_k, \lambda_k), \varphi'_0). \quad (3)$$

Pro n analyzovaných bodů P_i a jejich obrazů Q_i vznikne soustava n nelineárních rovnic se 4 neznámými představujícími konstanty zobrazení \mathbb{Z} a hledané parametry. Její řešení je vzhledem k funkcím F, G, H netriviální. Parametry $(\varphi, \lambda_k, \varphi'_0, \lambda'_0)$ lze určit nepřímou numerickou cestou, zobrazovací rovnice a vzájemně odpovídající prvky v analyzované a referenční mapě jsou známy. V našem případě použijeme pro nalezení řešení metodu diferenciální evoluce.

Princip analýzy. Hledáme takové kartografické zobrazení \mathbb{Z} , pro které platí

$$\mathbb{Z}(Q) : Q \rightarrow P. \quad (4)$$

Z důvodu netriviality přímého řešení je postup rozdělen do dvou kroků, které jsou prováděny sekvenčně nad všemi analyzovanými zobrazeními:

- *zobrazení $\mathbb{Z} : Q \rightarrow Q'$.*

Pro testované zobrazení $\mathbb{Z}(Q) : (\varphi_i, \lambda_i) \rightarrow (x'_i, y'_i)$ a aktuální hodnoty parametrů $(\varphi_k, \lambda_k, \varphi'_0, \lambda'_0)$ vypočteme z (2) pravouhlé souřadnice obrazů bodů množiny Q (jejich geografické souřadnice jsou známy) označené jako Q' .

- *výpočet $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')$.*

Pro aktuální hodnoty parametrů $(\varphi_k, \lambda_k, \varphi'_0, \lambda'_0)$ posoudíme shodu obou množin P, Q' s využitím váhové funkce $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')$ postavené nad testovacími kritérii (invarianty) pro tyto množiny.

Váhová funkce $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')$. Formálně definujeme obecnou váhovou funkci $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')$ představovanou geometrickým průměrem všech testovacích kritérií pro 0D2D entity nad množinami P, Q'

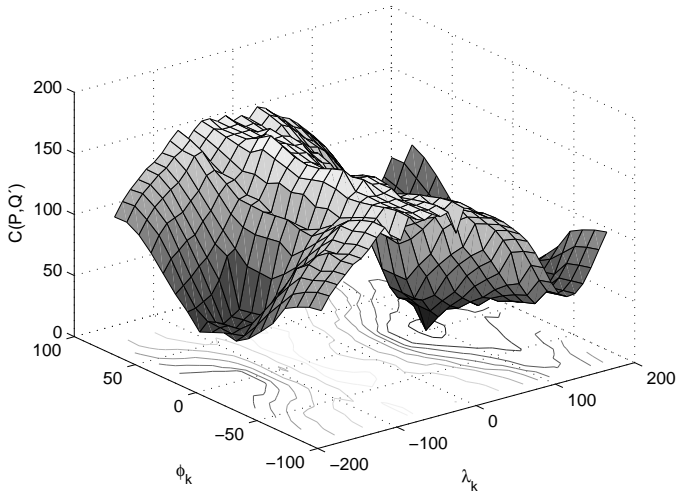
$$C_{\mathbb{Z}}(P, Q') = \left(\prod_{j=0}^2 C_{\mathbb{Z}}(P, Q')_{jD} \right)^{1/3}. \quad (5)$$

Jako střední hodnota z kritérií byl zvolen jejich geometrický průměr, a to zejména z důvodu vyšší odolnosti vůči odlehlým hodnotám. Značný rozptyl mezi hodnotami jednotlivých kritérií nalezneme zejména u starších map vytvořených na nevhodných geometrickokonstrukčních základech.

Transformace problému. Původní problém (4) transformujeme na nový problém; hledáme takové kartografické zobrazení \mathbb{Z} a jeho parametry $(\varphi, \lambda_k, \varphi'_0, \lambda'_0)$, které minimalizují váhovou funkci

$$C_{\mathbb{Z}}(P, Q')_{opt} = \min_{\forall \mathbb{Z}} (C_{\mathbb{Z}}(P, Q')_{opt}). \quad (6)$$

U váhové funkce předpokládáme na analyzovaných intervalech poměrně “složitý průběh” s velkým množstvím lokálních minim. Pro její minimalizaci bude použit genetický algoritmus, a to metoda **diferenciální evoluce**, umožňující snadnější “vybřednutí” z lokálního minima. Ukázkou průběhu váhové funkce pro analyzovanou mapu v transverzální poloze (ortografická projekce) nalezneme na obr. 2



Obrázek 2: Ukázka průběhu váhové funkce $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')$ s kroky $\Delta\varphi = \Delta\lambda = 10^\circ$ pro ortografickou projekci se znázorněním izočar, globální minimum v bodě $\varphi_k = 0^\circ, \lambda_k = 90^\circ$.

3.1 Nalezení intervalů hledaných parametrů

Určení hodnot hledaných parametrů ($\varphi_k, \lambda_k, \varphi'_0, \lambda'_0$) nám usnadní některá kartografická pravidla, která jsou při výběru zobrazení a volbě konstant pro analyzované území aplikována. Nezkreslená rovnoběžka φ_0 představující průsečnici referenční a zobrazovací plochy (tj. ortodromu) a posunutý základní poledník λ_0 , jsou zpravidla voleny tak, aby procházely zhruba středem analyzovaného území s cílem minimalizovat zkreslení na okrajích území. Tomuto požadavku je podřízena volba kartografického pólu, u kuželových a válcových zobrazení by měl být posunut o hodnotu $\pm\pi/2$ vzhledem ke střední hodnotě $\lambda'_c = 0.5(\lambda'_{min} + \lambda'_{max})$, u azimutálních zobrazení ve středu kružnice opsané tomuto území. Všechna ostatní kartografická zobrazení, s výjimkou jednoduchých, budou aplikována pouze v normální poloze.

Tvary zobrazovacích rovnic. Při analýze zobrazení v obecné poloze budou mít zobrazovací rovnice tvar

$$x = F(H(\varphi, \lambda, \varphi_k, \lambda_k)), \quad y = G(H(\varphi, \lambda, \varphi_k, \lambda_k), \varphi'_0). \quad (7)$$

V takovém případě nelze jako neznámou určovat hodnotu λ'_0 , tento posun není jednoznačně definován. Existuje nekonečně mnoho dvojic λ_k a λ''_0 , pro které

platí

$$\lambda'_0 = \lambda_k + \lambda''_0.$$

Budeme li uvažovat $\lambda'_0 = 0^\circ$, můžeme tuto volbu kompenzovat vhodnou změnou polohy kartografického pólu λ_k . Při analýze zobrazení v transverzální poloze je známa jedna souřadnice kartografického pólu ($\varphi_k = 0^\circ$), zobrazovací rovnice lze zapsat jako

$$x = F(H(\varphi, \lambda, 0, \lambda_k)), \quad y = G(H(\varphi, \lambda, 0, \lambda_k), \varphi'_0). \quad (8)$$

Pro analýzu zobrazení v normální poloze přejdeme zobrazovací rovnice do tvaru

$$x_i = F(\varphi, \lambda_i, \lambda_0), \quad y_i = G(\varphi_i, \lambda_i, \varphi_0). \quad (9)$$

V obecné poloze zobrazení minimalizujeme funkci 3 proměnných ($\varphi_k, \lambda_k, \varphi'_0$), v normální poloze zobrazení funkci dvou proměnných (φ_0, λ_0), v transverzální poloze funkci dvou proměnných (λ_k, φ'_0).

Stanovení intervalů φ_k, λ_k pro obecnou polohu. Cílem analýzy zobrazení není pouze geometrický konstrukt, který by výše kartografické zásady nereprezentoval, ale snaha o odhad reálných parametrů zobrazení použitých pro zákres konkrétního území. S využitím těchto kartografických pravidel provedeme restrikcí intervalů z hodnot $\varphi_k \in \langle \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$, $\lambda_k \in \langle \pi, \pi \rangle$ daných definičním oborem na hodnoty publikované v tabulce 1. Parametr $\varphi'_0 \in \langle \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$ není funkcí typu kartografického zobrazení, jeho nový definiční obor představovaný intervalem $\varphi'_0 \in \langle \varphi'_{min}, \varphi'_{max} \rangle$ a závisí pouze na analyzovaném území. Je tedy pouze funkcí polohy a velikosti území znázorněného na analyzované mapě.

Stanovení intervalů λ_k, λ_0 pro transverzální polohu. Pro transverzální polohu platí podobné zákonitosti, avšak zeměpisná šířka kartografického pólu je pevná, $\varphi_k = 0^\circ$.

Stanovení intervalu λ_0 pro normální polohu. V normální poloze zobrazení jsou nové intervaly parametrů φ_0, λ_0 definovány jako $\varphi_0 \in \langle \varphi_{min}, \varphi_{max} \rangle, \lambda_0 \in \langle 0, \lambda_{max} \rangle$, poloha kartografického pólu je pevně dána, $\varphi_k = 0^\circ, \lambda_k = 90^\circ$.

Využití variačních kritérií. Intervalu φ, λ analyzovaných parametrů jsou pro rozsáhlá území rozložena na obou hemisférách poměrně široká a mohou se blížit výchozím hodnotám daným definičním oborem. Předpokládejme, že kartograf použil výše uvedené kartografické zásady při návrhu zobrazení, které vedou k minimalizaci zkreslení na okraji zobrazeného území. Z tohoto vyplývá, že vhodné polohy zobrazení nebudou na okrajích území generovat příliš velká zkreslení. Pro posouzení vlastností zkreslení využijeme komplexní kritérium ε^2 (Buchar, 2009), které u jednoduchých zobrazení nabývá tvaru

$$\varepsilon^2 = 0.5(|h1| + |k1|) + \frac{h}{k} 1.$$

Tabulka 1: Intervaly φ_k, λ_k v závislosti na velikosti analyzovaného území a typu zobrazení.

Zobrazení Analyzované území	Kuželové, válcové		Azimutální	
	φ_k	λ_k	φ_k	λ_k
$\varphi_{max} \leq 0$	$\langle \frac{\pi}{2}, 0 \rangle$	$\langle \lambda_{min} \frac{\pi}{2}, \lambda_{max} + \frac{\pi}{2} \rangle$	$\langle \frac{\pi}{2}, 0 \rangle$	$\langle \lambda_{min}, \lambda_{max} \rangle$
$\varphi_{min} \geq 0$	$\langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$	$\langle \lambda_{min} \frac{\pi}{2}, \lambda_{max} + \frac{\pi}{2} \rangle$	$\langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$	$\langle \lambda_{min}, \lambda_{max} \rangle$
$\varphi_{min} \leq 0 \cap \varphi_{max} \geq 0$	$\langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$	$\langle \lambda_{min} \frac{\pi}{2}, \lambda_{max} + \frac{\pi}{2} \rangle$	$\langle \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$	$\langle \lambda_{min}, \lambda_{max} \rangle$

Globální variantu kritéria E^2 , jehož exaktní výpočet je netriviální, nahradíme zjednodušenou variantou založenou na rozdělení analyzovaného území na čtvercový rastr tvořený k buňkami s centrálními body $P_i = [\varphi_i, \lambda_i]$. Integrál nahradíme váženým průměrem

$$E^2 = \frac{\sum_{i=1}^k w_i \varepsilon_i^2}{\sum_{i=1}^k w_i},$$

kde $w_i = \cos \varphi_i$. Výpočet postačí provádět pouze v okrajových bodech $P_{min} = [\varphi'_{min}, \lambda'_{min}]$ a $P_{max} = [\varphi'_{max}, \lambda'_{max}]$ území,

$$E^2 = \frac{\cos \varphi'_{min} \varepsilon^2(P_{min}) + \cos \varphi'_{max} \varepsilon^2(P_{max})}{\cos \varphi'_{min} + \cos \varphi'_{max}}. \quad (10)$$

Polohy zobrazení φ_k, λ_k s hodnotami $E^2 < E_{max}^2$ nejsou považovány za kartograficky správné, představovaly by pouze geometrické konstrukty, nebudou proto do výpočtu zahrnuty. V takovém případě přiřadíme $C_{\mathbb{Z}}(P, Q') / \varphi_k, \lambda_k = \infty$, v tomto bodě uměle dodefinujeme váhové funkci globální maximum.

4 Použité invarianty

Jak již bylo výše uvedeno, podkladem pro analýzu kartografického zobrazení jsou vzájemně korespondující 0D2D entity v analyzované mapě a na sféře. 1D a 2D entity byly do analýz zařazeny z důvodu nižší diskretizace informace o použitém kartografickém zobrazení (můžeme u nich hovořit o tvaru, což u 0D entit není možné), pomáhají zvýšit efektivitu analýz. Pro každou z entit byly použity specifické invarianty z oblasti point/polyline/shape matching, invariance byla požadována vůči měřítku (některé byly invariantní i vůči rotaci).

4.1 Analýza 0D entit založená na 2D transformaci

Mezi množinami P, Q' předpokládáme existenci podobnosti definované transformačním klíčem $t_s(m, \alpha, s_x, s_y)$ s měřítkovým koeficientem m , úhlem rotace α a dvěma posuny s_x, s_y .

Míra podobnosti μ . Míru podobnosti $\mu, \mu \in \langle 0, 1 \rangle$ je definována jako poměr velikosti množin P a R

$$\mu = \frac{\|R\|}{\|P\|}, \quad (11)$$

kde $R \subset P$ představuje množinu $R = \{R_1, \dots, R_m\}$, $m \leq n$, m transformovaných prvků splňujících podmínku

$$R = \|T(P)Q'\| < \mathbb{P}(\varepsilon),$$

Symbol $\|\cdot\|$ definuje L_2 normu, hranice ∂R tvoří v rovině elipsu E , která je obrazem kružnice $k(P_i, \varepsilon)$ v kartografickém zobrazení \mathbb{Z} . Elipsa $E = \{P_i, \varepsilon \cdot a, \varepsilon \cdot b, A\}$ je ε násobkem Tissotovy indikatrix \mathcal{T} . Míru ztotožnění obou množin $T(P)$, Q' popisuje směrodatná odchylka

$$\sigma_0^2 = \sum_{i=1}^k \frac{v_i v_i}{2k^4}, \quad v_i = \sqrt{(x'_i x''_i)^2 + (y'_i y''_i)^2}. \quad (12)$$

Parametry Tissotovy indikatrix. Poloosy Tissotovy indikatrix $\mathcal{T} = \{P_i, a, b, A\}$ v bodě P definované parametry a, b, A vyjadřují závislost délkového zkreslení na azimutu.

$$\begin{aligned} a &= 0.5 \left(\sqrt{m^2 + n^2 + 2mn \sin \omega} + \sqrt{m^2 + n^2 2mn \sin \omega} \right), \\ b &= 0.5 \left(\sqrt{m^2 + n^2 + 2mn \sin \omega} \sqrt{m^2 + n^2 2mn \sin \omega} \right), \end{aligned}$$

Úhel α extrémního délkového zkreslení měřený mezi poledníku procházejícího bodem P a poloosou a

$$\alpha = 0.5 \tan^{-1}(2mn \cdot \sin \omega / (m^2 n^2)),$$

směrnice σ_{mer} obrazu poledníku a σ_{par} obrazu rovnoběžky v bodě P

$$\sigma_{mer} = \tan^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial \varphi} / \frac{\partial f}{\partial \varphi} \right), \quad \sigma_{par} = \tan^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} / \frac{\partial f}{\partial \lambda} \right) \quad (13)$$

jsou využity k určení úhlu A hlavní poloosy Tissotovy indikatrix a osy y v bodě P_i

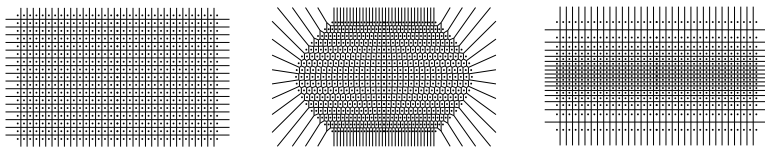
$$A = \alpha' + \sigma_{mer}, \quad \alpha' = \tan^{-1}(b/a \cdot \tan \alpha),$$

kde α' představuje obraz α v zobrazení \mathbb{Z} .

Váhová funkce. Váhová funkce $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')_{0D}$ využívající výsledky transformace je pro $0D$ entity

$$C_{\mathbb{Z}}(P, Q')_{0D} = \frac{\alpha \sigma_0}{1 + \mu \cdot 100}$$

navržena tak, aby penalizovala vzorky s nízkou hodnotou μ a vzorky, které jsou vůči sobě významně pootočené o úhel α (úhel stočení množin P, Q').



Obrázek 3: Ukázka podobnosti Voronoi diagramů Marinova (1) a Mercatorova zobrazení (3) ve vztahu k Voronoi diagramu Eckertova zobrazení (2). Kritéria založená na transformaci označí jako podobnější (2,1) místo (1,3).

4.2 Analýza 0D entit založená na Voronoi diagramech

Metody založené na 2D transformaci v řadě případů neposkytují dobrý výsledek, neposuzují přímo prostorové rozložení prvků v analyzovaných množinách, ale pouze jejich vzájemné délkové diference vyjádřené směrodatnou odchylkou. Připomeňme, že jeden z výstupů detekčního algoritmu představuje nalezení kategorie, do které analyzované zobrazení patří. Tyto metody nejsou schopné přesně stanovit příslušnost ke kategorii zobrazení, zobrazení v jedné kategorii (např. válcová) se nemusí jevit vzhledem k tomuto kritériu jako vzájemně nejpodobnější. Ilustrujme tuto vlastnost na následujícím příkladu.

Pro dvojici zobrazení Marinovo, Mercatorovo náležících do stejné kategorie (válcová zobrazení) bude hodnota σ_0 větší než pro dvojici Marinovo, Eckertovo (nepravé válcové). Příslušnost Marinova a Mercatorova k jedné kategorií vynikne na Voronoi diagramech uzlových bodů geografické sítě, viz. obr. 3.

Pro 0D entity byla z výše uvedených důvodů přidána kritéria založená na analýze Voronoi diagramů. Vzhledem k faktu, že se počet analyzovaných prvků bude zpravidla pohybovat v řádech jednotek až desítek, nelze z důvodu malého počtu uzavřených buněk použít statistická kritéria založená na analýze rozložení geometrických parametrů ve Voronoi diagramech. Proto zavádíme nové kritérium založené na analýze tvaru Voronoi buněk $\mathcal{V}(P_i)$ a $\mathcal{V}(Q'_i)$ Voronoi diagramů $\mathcal{V}(P)$, $\mathcal{V}(Q')$ vygenerovaných nad vstupními datasey využívající jako deskriptor turning function. Problém je převeden na opakovanou analýzu tvarové shody dvojice 2D oblastí.

Uzavřené oblasti $F(P_i), F(Q'_i)$. Definujme uzavřenou oblast $F(P_i)$ (a analogicky $F(Q'_i)$) vzniklou sjednocením Voronoi buňky $\mathcal{V}(P_i)$ a jejich k sousedů $\mathcal{V}(P_j)$ jako

$$F(P_i) = \bigcup_{j=1}^k [[\mathcal{V}(P_i) \cup \mathcal{V}(P_j)] \cap [\mathcal{V}(P_i) \cap \mathcal{V}(P_j) \neq \emptyset]].$$

Detekce je založena na předpokladu, že množiny s podobným prostorovým rozložením prvků generují tvarově podobné Voronoi buňky $\mathcal{V}(P_i)$, $\mathcal{V}(Q'_i)$ a tvarově podobné oblasti $F(P_i)$, $F(Q'_i)$.

Turning funkce Θ . Turning funkce $\Theta, \Theta(V_{i,j}) : V_{i,j} \rightarrow [s_{i,j}, \alpha_{i,j}]$ transformuje vrchol $V_{i,j} \in F(P_i)$ do dvojice parametrů, kde $s_{i,j}$ představuje kumulativní vzdálenost vrcholu $V_{i,j}$ měřenou podél $F(P_i)$ z referenčního vrcholu O a $\alpha_{i,j}$ úhel průvodiče $V_{i,j}, V_{i,j+1}$ a analogicky pro $F(Q'_i)$.

Označíme-li $\Theta(F(P_i)), \Theta(F(Q'_i))$ jako turning funkce obou oblastí, jejich L_2 vzdálenost můžeme pro parametr $t, t \in \langle 0, 1 \rangle$ představující posun referenčního bodu O určit ze vztahu

$$d_2(F(P_i), F(Q'_i)) = \left\| \Theta_{F(P_i)}(s) \Theta_{F(Q'_i)}(s) \right\| = \min_{t \in \langle 0, 1 \rangle} \left(\int_0^1 \left| \Theta_{F(P_i)}(s) \Theta_{F(Q'_i)}(s+t) \right|^2 ds \right)^{1/2}. \quad (14)$$

Výpočet tohoto integrálu je netriviální, byl vyřešen metodou dynamického programování založenou na cyklické rotaci obou turning funkcí. Váhová funkce $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')_{0D}$ založená na turning funkci má pro $0D$ entity tvar

$$C_{\mathbb{Z}}(P, Q')_{0D} = \frac{d_2(F(P_i), F(Q'_i))}{n}.$$

4.3 Analýza 1D a 2D entit založená na turning funkci

Vstup 1D a 2D entit umožní výrazně zvýšit účinnost detekce a odhadu parametrů zobrazení. Ne vždy jsou tyto prvky k dispozici, absentují zejména v případech, kdy není analyzovaná mapa ve vektorové podobě.

Analýza 1D elementů. Mohou být představovány jak matematickými prvky (rovnoběžky, poledníky), tak i obsahovými prvky mapy (komunikace, vodstvo). První kategorie je vhodnější, pokrývá větší území, na kterém se výrazněji projeví vlastnosti kartografického zobrazení. U řady map však zákres geografické sítě chybí nebo je příliš řídký. Pro analýzu tvaru 1D elementů bylo použito kritérium založené na určení L_2 vzdálenosti dvou turning funkcí $\Theta(P_i), \Theta(Q'_i)$ pro polylinie P_i, Q'_i

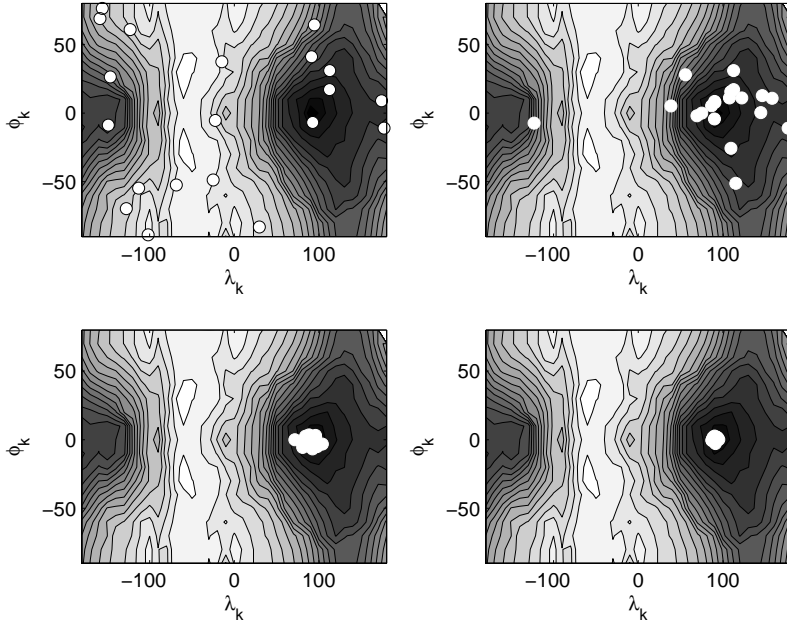
$$d_2((P_i), (Q'_i)) = \left| \Theta_{P_i}(s) \Theta_{Q'_i}(s) \right|^2 ds)^{1/2}.$$

Výsledná váhová funkce $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')_{1D}$ má pro 1D entity tvar

$$C_{\mathbb{Z}}(P, Q')_{1D} = \frac{d_2(P_i, Q'_i)_p}{n_p} + \frac{d_2(P_i, Q'_i)}{n_r} + \frac{d_2(P_i, Q'_i)_l}{n_l},$$

kde n_p, n_r, n_l reprezentují počty poledníků, rovnoběžek a ostatních liniových prvků v mapě.

Analýza 2D elementů. Plošné prvky nebývají častým vstupem analýz, bývají k dispozici pouze u kompletně vektorizovaných mapových děl. Zpravidla reprezentují lesy či vodní plochy, jejich kartografická věrnost zákresu je však u starých



Obrázek 4: Hledání globálního minima váhové funkce $C(P, Q')$ se znázorněním 1., 10., 20. a 30. generace.

map výrazně nižší než v případě 0D či 1D entit (jejich tvar se mění s časem). Výsledná váhová funkce založená na L_2 vzdálenosti turning funkcí $\Theta(P_i), \Theta(Q'_i)$ nad 2D oblastmi má tvar

$$C_{\mathbb{Z}}(P, Q')_{2D} = \frac{d_2(P_i, Q'_i)_o}{n_o},$$

výpočet parametrů obou turning funkcí je proveden z (14).

5 Minimalizace váhové funkce

Váhová funkce pro jednotlivé entity, invarianty a kartografické zobrazení \mathbb{Z} představující geometrický průměr z jednotlivých kritérií. Má poměrně složitý tvar

$$C_{\mathbb{Z}}(P, Q') = \left[\frac{\alpha \sigma_0}{1 + \mu \cdot 100} \cdot \frac{d_2(F(P_i), F(Q'_i))}{n} \left[\frac{d_2(P_i, Q'_i)_p}{n_p} + \frac{d_2(P_i, Q'_i)_r}{n_r} + \frac{d_2(P_i, Q'_i)_l}{n_l} \right] \cdot \frac{d_2(P_i, Q'_i)_o}{n_o} \right]^{1/4}. \quad (15)$$

Průběh funkce v závislosti na určovaných parametrech $(\varphi_k, \lambda_k, \varphi'_0, \lambda_0)$ bude zřejmě komplikovaný, funkce v obecném případě disponuje větším počtem lokálních minim (každý z invariantů hodnotí podobnost množin jiným způsobem). Pro její minimalizaci byla zvolena metoda diferenciální evoluce. Kontrola nalezení globálního minima byla ověřena vzorkováním funkce s krokem $\Delta\varphi = \Delta\lambda = 10^\circ$ u všech určovaných parametrů, viz obr. 2.

Minimalizace $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')$ metodou diferenciální evoluce. V průběhu optimalizace bylo experimentováno s různými hodnotami parametrů genetického algoritmu, jako nejvhodnější se ukázaly níže uvedené hodnoty. Při inicializaci populace o velikosti $N = 10 \cdot \dim$ náhodným výběrem byly použity intervaly uvedené v kap. 3.1, které pro malé území výrazně snížily velikost prohledávaného prostoru. Jako základní selekční schéma byla zvolena DE/rand/2 strategie generující nový vektor \vec{u} generace $i + 1$ z nejlepší hodnoty i te generace \vec{x}_{best} doplněné čtveřicí náhodných vektorů

$$\vec{u}(i+1) = \vec{x}_{best}(i) + \beta(\vec{x}_1(i) + \vec{x}_2(i)\vec{x}_3(i)x_4(i)).$$

Reprodukce probíhá podle známého schématu, kdy nový vektor \vec{v} vzniká křížením vektorů \vec{u} a \vec{x} . Pro každou složku vektoru v_j je vygenerováno náhodné číslo r_j . Jeli r_j menší než faktor křížení CR , prvek v_j bude vybrán z aktuální generace, v opačném případě z předchozí generace

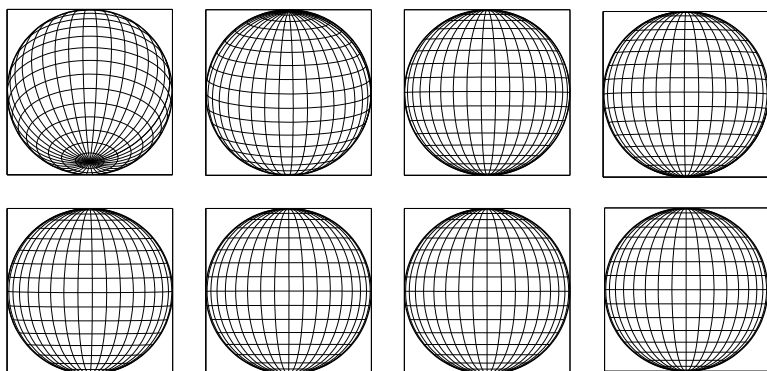
$$v_j = \begin{cases} u_j & r_j \leq CR, \\ x_j & r_j > CR. \end{cases}$$

Faktor křížení byl nastaven na hodnotu $CR = 0.5$, počet generací na 70, ukončovací podmínka pro iterace jako $\varepsilon < 0.01$.

Nalezení nejvhodnějšího zobrazení a jeho parametrů. Pro každé kartografické zobrazení \mathbb{Z} jsme získali kombinaci nejlepších možných parametrů $(\varphi_k, \lambda_k, \varphi'_0, \lambda'_0)$ minimalizujících váhovou funkci $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')$. Pro k analyzovaných zobrazení jsme obdrželi celkem k hodnot váhové funkce, ze kterých byla vybrána hodnota s minimální vahou splňující (6). Parametry $(\varphi_k, \lambda_k, \varphi'_0, \lambda'_0)$ zobrazení s minimální vahou byly přisouzeny určovanému kartografickému zobrazení.

6 Experimenty a výsledky

Detekční algoritmus byl podroben testování na vzorcích současných i starších map nacházejících se v Mapové sbírce Přírodovědecké fakulty UK a online sbírky David Rumsay Map Collection. Nastavené parametry byly ověřeny při detekci kartografického zobrazení a odhadu jeho parametrů a shledány u většiny analyzovaných map jako rozumné. U map nevhodně založených do skeneru nebo map obsahující deformace obrazu lze doporučit zvýšení počtu generací na cca. 80.



Obrázek 5: Tvary geografické sítě ortografické projekce v 1., 5., 10., 15., 20., 25., 30. a 35. generaci.

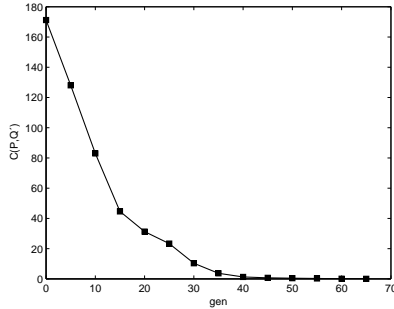
Pro testování byla zvolena mapa východní polokoule Colton, G.W., Eastern Hemisphere, Colton's General Atlas, 1865, New York, viz. obr. 1. Mapa byla dle názoru autora článku vyhotovena v globulárním zobrazení či nějaké variantě azimutálního zobrazení transverzální poloze s posunem $\lambda_0 = 20^\circ$. U této mapy otestujeme efektivitu detekčního algoritmu při nalezení optimální polohy kartografického zobrazení (ortografické projekce).

Tabulka 2: Ukázky hodnot φ_k, λ_k s krokem 5 generací pro ortografickou projekci v transverzální poloze $\varphi_k = 0^\circ, \lambda_k = 90^\circ$.

Generace	1	5	10	15	20	25	30	35
φ_k	32.57	10.98	0.72	1.56	0.95	0.15	0.15	0.05
λ_k	104.80	96.76	74.13	91.04	88.31	90.86	89.69	90.06

Obrázek 2 znázorňuje průběh váhové funkce a její izočáry pro ortografickou projekci v transverzální poloze navzorkovaný z analyzovaných prvků, představuje středně těžký typ analýzy. Hledané zobrazení je definováno v transverzální poloze, dle (8) minimalizujeme váhovou funkci $C(P, Q')$ dvěma neznámými φ_k, λ_k . Parametr φ_0 není pro toto zobrazení určován, ortografická projekce nedefinuje nezkreslenou rovnoběžku jako konstantu zobrazení.

Do testování byly zahrnuty 0D a 1D entity tvořené vzájemně korespondujícími body, 10 poledníky a 10 rovnoběžkami. Průběh procesu hledání globálního minima metodou diferenciální evoluce se znázorněním prvků 1., 10., 20. a 30. generace nalezneme na obr. 4. Detekované hodnoty φ_k, λ_k jsou uvedeny s krokem 5 generací v tab. 2.



Obrázek 6: Průběh hodnoty váhové funkce $C(P, Q')$ v závislosti na počtu generací.

Z odhadnutých hodnot kartografického pólu ϕ_k, λ_k byla zpětně vygenerována geografická síť s kroky $\Delta\phi = \Delta\lambda = 10^\circ$. Tvary geografické sítě pro 1., 5., 10., 15., 20., 25., 30. a 35. generaci jsou znázorněny na obr. 5. Všimněme, že zhruba od 25. generace jsou rozdíly v tvarech geografické sítě vizuálně nerozeznatelné. Od 30. generace vykazují detekované výsledky variabilitu v řádech jednotek stupňů či desítek minut, což lze pro účely kartometrických analýz považovat za dostatečnou přesnost, viz obr. 6. Z původně obecné polohy zobrazení v první generaci “vznikla” v několika generacích hledaná transverzální poloha.

Diferenciální evoluce se ukázala pro tento typ problému jako poměrně efektivní nástroj, a to z důvodu poměrně rychlé konvergence. Rozumné hodnoty hledaných parametrů analyzovaného zobrazení jsou nalezeny v řádech desítek generací. Doba výpočtu na PC (Intel Core E4500 procesor, 2.2 GHz) činila cca. 10 sekund. Vzhledem k faktu, že analýzu provádíme vzhledem k většímu množství zobrazení (v praxi 5060), nelze metodu považovat za online.

Další možnost výzkumu skýtá použití adaptabilní evoluce s rychlejší konvergencí, která by umožnila výpočetní časy zkrátit. Metoda by následně mohla být zakomponována i do online nástrojů pro kartometrické analýzy map, např. Georeferencer (www.georeferencer.org). Otázkou k další diskuzi je i samotný tvar ohodnocovací funkce, který nelze považovat za definitivní.

7 Závěr

Příspěvek přinesl informaci o nové metodě detekce kartografického zobrazení založené na minimalizaci hodnoty váhové funkce $C_{\mathbb{Z}}(P, Q')$ sestavené nad analyzovaným zobrazením. Pro nalezení globálního minima váhové funkce je využit genetický algoritmus. Tato technika je vhodná pro offline analýzu map vyhotovených na geometrickokonstrukčním základě, u kterých se dá předpokládat existence kartografického zobrazení. Metoda má určitá omezená vázaná zejména na typ analyzovaného území, jeho polohu a velikost. Detekce na území menším

než $\Delta\varphi = \Delta\lambda < 3^\circ$ není spolehlivá, vliv kartografických zkreslení je menší než grafická přesnost mapy. Ze stejného důvodu je obtížná detekce zobrazení na územích rozložených kolem základního poledníku, rovníku, pólů či nezkreslené rovnoběžky.

Výše uvedené algoritmy byly implementovány jazyce C++ do testovací verze software `detectproj` distribuovaného autorem článku pod GNU/GPL licenci a doplnily stávající detekční techniky. V současné době probíhá detailní testování této metodiky na vzorcích map z Mapové sbírky Přírodovědecké fakulty.

8 Poděkování

Článek vznikl za podpory grantu Ministerstva kultury ČR č. DF11P01OVV003 “TEMAP technologie pro zpřístupnění mapových sbírek ČR: metodika a software pro ochranu a využití kartografických děl národního kartografického dědictví”.

Reference

- [1] Arkin, E. M. and Chew, L. P. and Huttenlocher, D. P. and Kedem, K. and Mitchell, J. S. B.: *An efficiently computable metric for comparing polygonal shapes*, IEEE PAMI. 13, 1991, 209216
- [2] Buchar, P.: *Assessment of the map projections for world maps.*, International Cartographic Conference. 32, 2009
- [3] Burger G., Embury J.D., Wilkinson, D.S.: *The characterization of microstructures using tessellations and their application to deformation processes*, Simulation and Theory of Evolving Microstructures 13, 1990, 199209
- [4] ShihHsu Chang and FangHsuan Cheng and WenHsing Hsu and GuoZua Wu: *Fast algorithm for point pattern matching: Invariant to translations, rotations and scale changes*, Pattern Recognition. 30, 1997, 311320
- [5] Frank, Richard and Ester, Martin: *A Quantitative Similarity Measure for Maps*, Progress in Spatial Data Handling. 13, 2006, 435450
- [6] Ryuzo Itoh and Masanori Horioe and Keishi Gotoh: *A method for measuring twodimensional dispersed state of particles*, Advanced Powder Technology. 6, 1995, 8189
- [7] Jenny, Bernhard: *MapAnalyst A digital tool for the analysis*, IEEE PAMI. 13, 2012
- [8] Jenny, Bernhard and Hurni, Lorenz: *Cultural Heritage: Studying cartographic heritage: Analysis and visualization of geometric distortions*, Comput. Graph. 35, 2011, 402411
- [9] Latecki, L. J. and Lakamper, R.: *Shape similarity measure based on correspondence of visual parts*, IEEE PAMI. 22, 2001, 11851190
- [10] Yong Kui Liu and Xiao Qiang Wang and Shu Zhe Bao and Matej Gombosi and Borut Zalik: *An algorithm for polygon clipping, and for determining polygon intersections and unions*, Computers and Geosciences. 33, 2007, 589598

- [11] R. Marceau and Y. Usson: *Methods for the study of cellular sociology: Voronoi diagrams and parametrization of the spatial relationships*, Journal of Theoretical Biology. 154, 1992, 354369
- [12] Avraham Margalit and Gary D. Knott: *An algorithm for computing the union, intersection or difference of two polygons*, Computers and Graphics. 13, 1989, 167183
- [13] Francisco Martínez and Antonio Jesús Rueda and Francisco Ramón Feito: *A new algorithm for computing Boolean operations on polygons*, Computers and Geosciences. 35, 1991, 11771185
- [14] Mount, David M. and Netanyahu, Nathan S. and Le Moigne, Jacqueline: *Improved algorithms for robust point pattern matching and applications to image registration*, Proceedings of the fourteenth annual symposium on Computational geometry. 98, 1998, 155164
- [15] Atsuyuki Okabe and Barry Boots and Kokichi Sugihara and Dr Sung Nok Chiu and Sung Nok Chiu: *Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*, Wiley Series in Probability and Statistics. 00, 2000
- [16] Price, Kenneth V. and Storn, Rainer M. and Lampinen, Jouni A.: *Differential evolution. A practical approach to global optimization.*, Natural Computing Series. 05, 2005
- [17] Pun, ChiMan and Li, Cong: *Shape classification using simplification and tangent function*, CSECS 09, 2009, 261266
- [18] Storn, Rainer and Price, Kenneth: *Differential Evolution A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces*, Journal of Global Optimizatio. 11, 1997, 341359
- [19] P. B. Van Wamelen and Li, Z. and Iyengar, S. S.: *A Fast Algorithm For The Point Pattern Matching Problem*, IEEE PAMI. 37, 1999