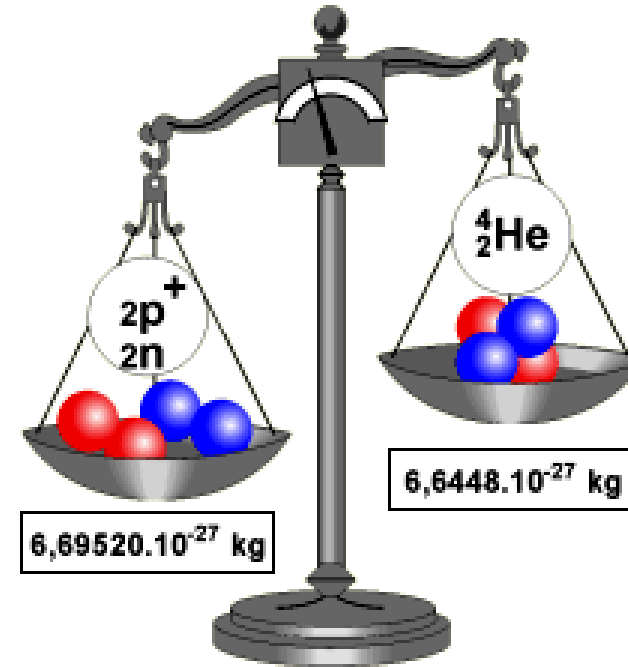
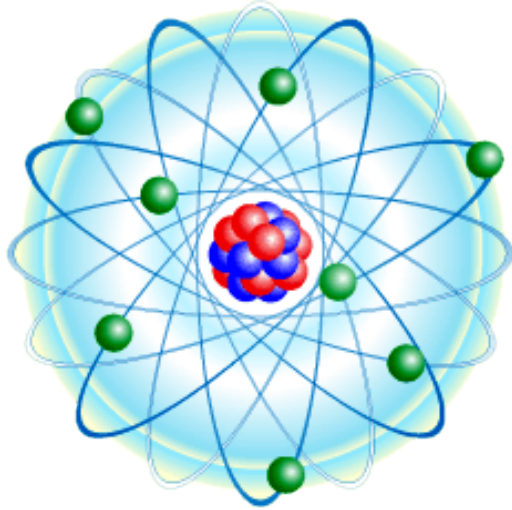


4. cvičení Hmotnostní defekt, vazebná energie jádra.



4. cvičení Hmotnostní defekt, vazebná energie jádra.

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_j$$

$$m_j = m_a - Z \cdot m_e$$

$$m_a = A_r \left({}^A_Z X \right) \cdot m_u$$

Δm hmotnostní defekt

Z protonové číslo

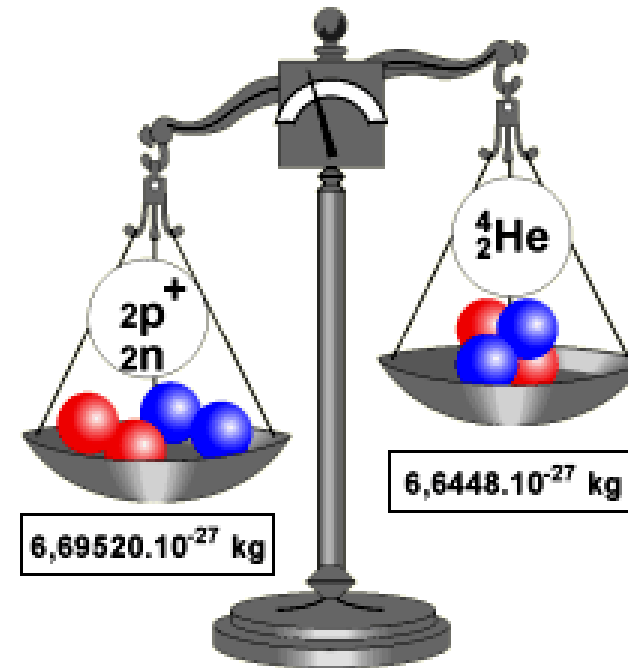
A nukleonové číslo

m_p hmotnost protonu $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

m_n hmotnost neutronu $m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

m_e hmotnost elektronu $m_e = 9,1091 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

m_u univerzální hmotnostní jednotka $m_u = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$



4. cvičení Hmotnostní defekt, vazebná energie jádra.

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_j$$

$$\epsilon_j = \Delta m c^2$$

ϵ_j vazebná energie jádra
 c rychlost světla $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1. Vypočítejte pro ${}^2_1\text{H}$ a ${}^{56}_{26}\text{Fe}$

a) hmotnostní defekt (Δm) a vazebnou energii jader (ϵ_j)

$$A_r({}^2_1\text{H}) = 2,0141; A_r({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 55,9349; m_u = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{kg};$$

$$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{kg}; m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{kg}; m_e = 9,1091 \cdot 10^{-31} \text{kg};$$

$$m_a({}^2_1\text{H}) = A_r({}^2_1\text{H}) \cdot m_u$$

$$m_a({}^2_1\text{H}) = 3,3446 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

$$m_j({}^2_1\text{H}) = m_a({}^2_1\text{H}) - 1 \cdot m_e$$

$$m_j({}^2_1\text{H}) = 3,3437 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

$$\Delta m({}^2_1\text{H}) = 1 \cdot m_p + 1 \cdot m_n - m_j({}^2_1\text{H})$$

$$\Delta m({}^2_1\text{H}) = 3,80 \cdot 10^{-30} \text{kg}$$

$$\epsilon_j({}^2_1\text{H}) = \Delta m({}^2_1\text{H}) \cdot c^2$$

$$\epsilon_j({}^2_1\text{H}) = 3,42 \cdot 10^{-13} \text{J}$$

b) hmotnostní defekt (Δm) vyjádřete v jednotkách $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ jader, vazebnou energii jader (ϵ_j) vyjádřete v jednotkách $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$ jader.

$$\Delta m_{\text{mol}}({}^2_1\text{H}) = \Delta m({}^2_1\text{H}) \cdot N_A = 3,80 \cdot 10^{-30} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ kg/mol} = 2,29 \cdot 10^{-6} \text{ kg/mol}$$

$$\epsilon_{j, \text{mol}}({}^2_1\text{H}) = \epsilon_j({}^2_1\text{H}) \cdot N_A = 3,42 \cdot 10^{-13} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ J/mol} = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ J/mol}$$

1. Vypočítejte pro ${}^2_1\text{H}$ a ${}^{56}_{26}\text{Fe}$

a) hmotnostní defekt (Δm) a vazebnou energii jader (ϵ_j)

$$A_r({}^2_1\text{H}) = 2,0141; A_r({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 55,9349; m_u = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{kg};$$

$$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{kg}; m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{kg}; m_e = 9,1091 \cdot 10^{-31} \text{kg};$$

$$m_a({}^{56}_{26}\text{Fe}) = A_r({}^{56}_{26}\text{Fe}) \cdot m_u$$

$$m_a({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 9,2885 \cdot 10^{-26} \text{kg}$$

$$m_j({}^{56}_{26}\text{Fe}) = m_a({}^{56}_{26}\text{Fe}) - 26 \cdot m_e$$

$$m_j({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 9,2862 \cdot 10^{-26} \text{kg}$$

$$\Delta m({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 26 \cdot m_p + (56-26) \cdot m_n - m_j({}^{56}_{26}\text{Fe}) \quad \Delta m({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 8,73 \cdot 10^{-28} \text{kg}$$

$$\epsilon_j({}^{56}_{26}\text{Fe}) = \Delta m({}^{56}_{26}\text{Fe}) \cdot c^2$$

$$\epsilon_j({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 7,86 \cdot 10^{-11} \text{J}$$

b) hmotnostní defekt (Δm) vyjádřete v jednotkách $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ jader, vazebnou energii jader (ϵ_j) vyjádřete v jednotkách $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$ jader.

$$\Delta m_{\text{mol}}({}^{56}_{26}\text{Fe}) = \Delta m({}^{56}_{26}\text{Fe}) \cdot N_A = 8,73 \cdot 10^{-28} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ kg/mol} = 5,26 \cdot 10^{-5} \text{ kg/mol}$$

$$\epsilon_{j, \text{mol}}({}^{56}_{26}\text{Fe}) = \epsilon_j({}^{56}_{26}\text{Fe}) \cdot N_A = 7,86 \cdot 10^{-11} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ J/mol} = 4,73 \cdot 10^{13} \text{ J/mol}$$

1. Pro ${}^2_1\text{H}$ a ${}^{56}_{26}\text{Fe}$

c) porovnejte stabilitu jednotlivých jader. (Návod: Pro porovnání stability jader vztáhněte Δm na jeden nukleon: $(\Delta m)_r = \Delta m/A$, kde A je nukleonové číslo atomu.)

$$\Delta m({}^2_1\text{H}) = 3,80 \cdot 10^{-30} \text{kg}$$

$$\Delta m_r({}^2_1\text{H}) = 1,90 \cdot 10^{-30} \text{kg}$$

$$\Delta m({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 8,73 \cdot 10^{-28} \text{kg}$$

$$\Delta m_r({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 1,559 \cdot 10^{-29} \text{kg}$$

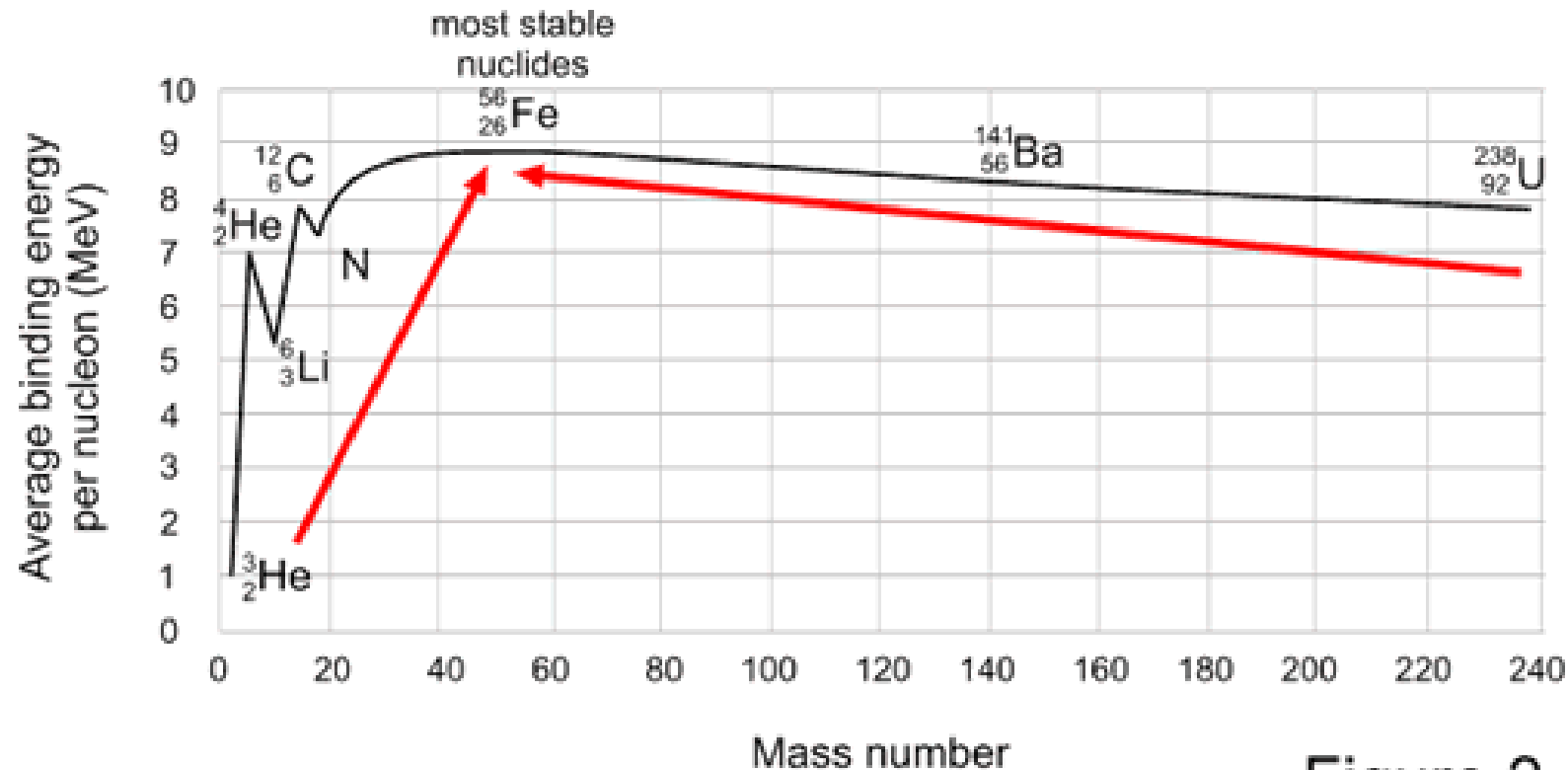


Figure 2

2. Hmotnostní defekt pro jádro $^{196}_{80}\text{Hg}$ je udáván $2,7669 \cdot 10^{-27} \text{kg}$. Určete vazebnou energii pro jedno jádro a molární hmotnost jader v jednotkách $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}; m_u = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{kg};$$

$$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{kg}; m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{kg}; m_e = 9,1091 \cdot 10^{-31} \text{kg};$$

$$\epsilon_j(^{196}_{80}\text{Hg}) = \Delta m(^{196}_{80}\text{Hg}) \cdot c^2$$

$$\epsilon_j(^{196}_{80}\text{Hg}) = 2,49 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$\Delta m(^{196}_{80}\text{Hg}) = 80 \cdot m_p + (196-80) \cdot m_n - m_j(^{196}_{80}\text{Hg})$$

Hmotnost 1 jádra :

$$m_j(^{196}_{80}\text{Hg}) = 80 \cdot m_p + (196-80) \cdot m_n - \Delta m(^{196}_{80}\text{Hg}) = 3,2533 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

Hmotnost molu jader :

$$M(^{196}_{80}\text{Hg}) = m_j(^{196}_{80}\text{Hg}) \cdot N_A = m_j(^{196}_{80}\text{Hg}) \cdot N_A = 0,19591 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} = 195,91 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

3. Štěpení uranu může probíhat podle rovnice:



Vypočítejte energii uvolněnou při rozštěpení 1g ${}^{235}_{92}\text{U}$

$$A_r({}^{235}_{92}\text{U}) = 235,0439; A_r({}^{140}_{56}\text{Ba}) = 139,91; A_r({}^{93}_{36}\text{Kr}) = 92,93; A_r({}^1_0\text{n}) = 1,0087;$$

$$m_u = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

$$E = \Delta m c^2$$

$$\Delta m = [m_a({}^{235}_{92}\text{U}) + m_a({}^1_0\text{n})] - [m_a({}^{140}_{56}\text{Ba}) + m_a({}^{93}_{36}\text{Kr}) + 3 \cdot m_a({}^1_0\text{n})]$$

$$\Delta m = m_u [A_r({}^{235}_{92}\text{U}) - A_r({}^{140}_{56}\text{Ba}) - A_r({}^{93}_{36}\text{Kr}) - 2 \cdot A_r({}^1_0\text{n})]$$

$$\Delta m = 3,097 \cdot 10^{-28} \text{kg} \quad \vee \quad 1 \text{g } {}^{235}_{92}\text{U} \text{ je } \frac{N_A}{A_r({}^{235}_{92}\text{U})} = \frac{6,022 \cdot 10^{23}}{235,0439} = 2,56 \cdot 10^{21} \text{částic}$$

$$E_{\text{jádro}} = 2,787 \cdot 10^{-11} \text{J}$$

$$E = 2,787 \cdot 10^{-11} \cdot 2,56 \cdot 10^{21} \text{J} = 7,14 \cdot 10^{10} \text{J}$$